

Vakgroep

Elektronica en Informatiesystemen

Voorzitter: Prof. dr. ir. Jan Van Campenhout

Implementatie van een inertiael navigatiesysteem

door

Nico Volckaert

Buitenpromotor: Ing. Maarten Zanders

Binnenpromotor: Prof. Dr. ir. Herbert De Smet

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van burgerlijk elektrotechnisch ingenieur

Academiejaar 2006-2007

Vakgroep
Elektronica en Informatiesystemen
Voorzitter: Prof. dr. ir. Jan Van Campenhout

Implementatie van een inertiael navigatiesysteem

door

Nico Volckaert

Buitenpromotor: Ing. Maarten Zanders
Binnenpromotor: Prof. Dr. ir. Herbert De Smet

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van burgerlijk elektrotechnisch ingenieur

Academiejaar 2006-2007

Voorwoord

Laat dit de plaats zijn waar ik iedereen bedank die heeft bijgedragen tot het resultaat van deze thesis. Rechtstreeks of onrechtstreeks.

Eerst en vooral wil ik de mensen van BARCO bedanken. De sfeer die heerst in het bedrijf heeft de dagen van mijn stage en het werken aan mijn thesis zeer aangenaam gemaakt.

In het bijzonder wil ik Dhr. Maarten Zanders bedanken. Zonder zijn kritische houding en diepgaande kennis zou deze thesis kwalitatief niet dezelfde zijn.

Ook dank ik mijn promotor, Prof. Herbert De Smet, voor de goede raad in verband met het opstellen en uitwerken van deze scriptie.

Mijn speciale dank gaat naar Bart Vangheluwe. Het waren zijn spellingscapaciteiten en scherpe blik die ervoor gezorgd hebben dat deze thesis aangenamer is om lezen.

Bedankt!

Toelating tot bruikleen

"De auteur geeft de toelating deze scriptie voor consultatie beschikbaar te stellen en delen van de scriptie te kopiëren voor persoonlijk gebruik. Elk ander gebruik valt onder de beperkingen van het auteursrecht, in het bijzonder met betrekking tot de verplichting de bron uitdrukkelijk te vermelden bij het aanhalen van resultaten uit deze scriptie."

Nico Volckaert, 1 juni 2007

Implementatie van een inertiael navigatiesysteem

door

Nico Volckaert

Scriptie ingediend tot het behalen van de academische graad van burgerlijk elektrotechnisch ingenieur

Academiejaar 2006-2007

Buitenpromotor: Ing. Maarten Zanders

Binnenpromotor: Prof. Dr. ir. Herbert De Smet

Faculteit Ingenieurswetenschappen

Universiteit Gent

Vakgroep: Elektronica en Informatiesystemen

Voorzitter: Prof. dr. ir. Jan Van Campenhout

Samenvatting:

De belangrijkste doelstelling van de scriptie is de ontwikkeling van een INS (inertiael navigatiesysteem) algoritme. De ontwikkeling van dit en andere algoritmes gebeurt in Matlab.

De eerste stap is de realisatie van een AHRS (attitude and heading reference system), waarmee een houding/richting-indicator in een cockpit display kan worden aangestuurd.

Allereerst moet een hardware platform ontwikkeld worden. Dit bord bevat verscheidene sensoren, waaronder de basis IMU sensoren plus voorzieningen voor 3 axiale magnetometers en verscheidene druksensoren. Het bord voorziet ook een GPS module en een UART voor de interfacing met een PC.

De belangrijkste te optimaliseren karakteristiek is de integratiefout. Om dit te compenseren is een GPS-ingang voorzien. Een Kalman filter wordt geprogrammeerd om de ruwe IMU-data te combineren met de GPS-data en zo tot accurate waarden voor de positie, snelheid en hoogte te komen.

Praktische testen bestaan uit rijdende (2D) of vliegende (3D) evaluatie van de testopstelling.

Trefwoorden: INS, GPS, navigatie, MEM's, kompas, kalman

Implementation of an inertial navigation system

Nico Volckaert

Supervisor(s): M. Zanders, H. De Smet

Abstract: The total cost of inertial navigation systems (INS) is very high. Thanks to MEMs, a lower cost INS can be developed. These navigation systems, however, suffer from accuracy errors which lead to unlimited errors over time. Therefore a GPS is integrated together with the INS by means of a kalman filter.

Keywords: INS, GPS, navigation, MEMs, compass, kalman

I. INTRODUCTION

Inertial navigation systems (INS) have been around for almost 60 years. Since the start, technology has evolved from mechanical gyroscopes towards 'solid state' solutions using only discrete integrated electro-mechanical or electro-optical sensors. Still, the total system cost of an INS – usable for aviation – is very high.

Thanks to the evolving MEMs technology, it is becoming possible to integrate inertial systems in a small volume, with less weight and at a lower cost.

II. IMPLEMENTATION

The major focus of this thesis is in the development of the INS algorithm. The solution is tested on a developed hardware platform.

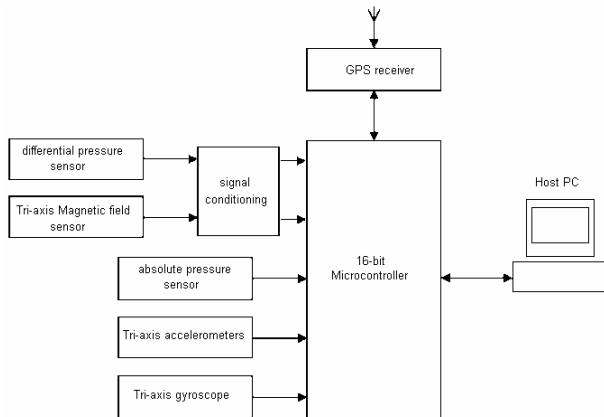


Image 1: Developed hardware platform

This board contains various sensors. These include the basic IMU sensors (MEMs accelerometers and gyroscopes, both in three axes) plus provisions to add 3 axial magnetometers and various pressure sensors. Additionally, the board contains a GPS module and provides 2 UART's for interfacing with a host processor or PC.

III. ALGORITHMS

Image 2 shows the algorithms that need to be developed. The data is gathered by a microcontroller and sent to the host PC. The algorithms themselves are developed in Matlab/Simulink.

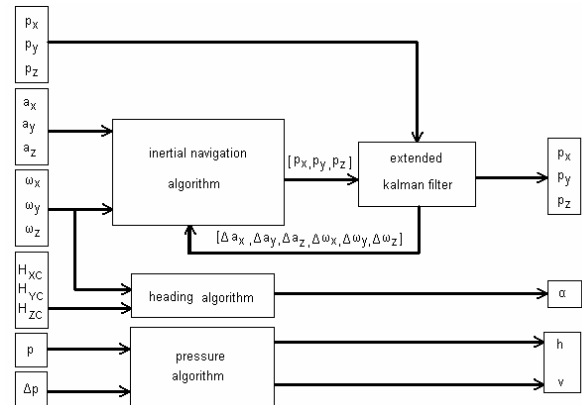


Image 2: Algorithms overview

The heading algorithm calculates the azimuth as proposed in [1].

$$\alpha = \arctan \frac{H_{XE}}{H_{YE}}$$

H_{XE} is the x-component of the earth's magnetic field as seen in the "Earth-Centered, Earth-Fixed"-frame.

Transforming the measured field vector to the ECEF-frame can be done as followed:

$$H_{XE} = H_{XC} \cdot \cos \phi - H_{YC} \cdot \sin \phi - H_{ZC} \cdot \sin \phi \cdot \cos \rho$$

$$H_{YE} = H_{YC} \cdot \cos \rho + H_{ZC} \cdot \sin \rho$$

Where ρ is the "roll" and ϕ the "pitch".

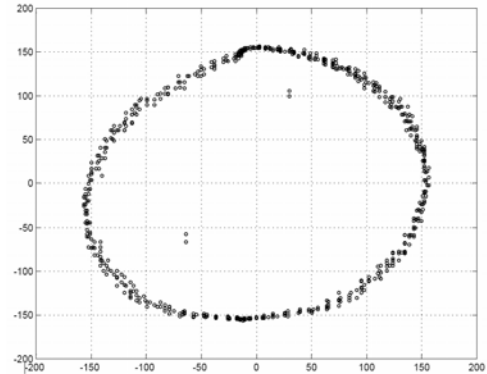


Image 3: H_{YE} vs H_{XE} when rotating in XY-plane

The “inertial navigation”-algorithm determines the position in the ECEF-frame.

$$\ddot{\mathbf{p}}^e = \mathbf{g}^e + \mathbf{a}^e - 2\mathbf{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e$$

The position can be found by solving the differential equation to \mathbf{p} . Here, $\mathbf{\Omega}_{ie}$ is the skew-symmetric matrix of the earth’s rotation component ω_{ie} . A rotation matrix is needed to transform the measured acceleration to the ECEF-frame.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{C}}_b^e &= \mathbf{C}_b^e \cdot \mathbf{\Omega}_{eb}^b \\ \omega_{eb}^b &= \omega_{ib}^b - \mathbf{C}_e^b \omega_{ie}^e \end{aligned}$$

Multiplying the measured acceleration vector with the rotation matrix leads to the desired ECEF-vector. Image 4 shows the output of the INS when it is moved around an obstacle (1.5m x 1.2m).

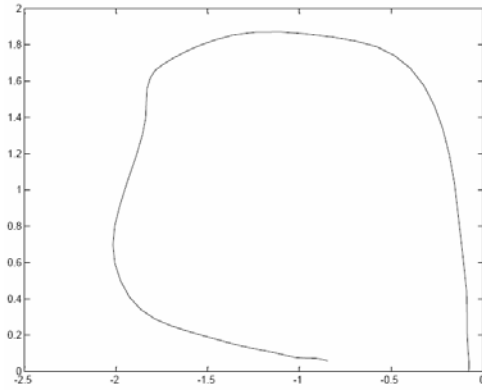


Image 4: Measurement of the INS

Start and end of the run should coincide, this is clearly not the case. The position error can be approximated as such:

$$\delta \dot{\mathbf{p}}^e = \delta \mathbf{g}^e + \mathbf{\Omega}_e \mathbf{a}^e + \mathbf{C}_b^e \delta \mathbf{a}^b - 2\mathbf{\Omega}_{ie}^e \delta \dot{\mathbf{p}}^e$$

Here $\mathbf{\Omega}_e$ is the skew-symmetric matrix of the attitude error. Solving this equation leads to a double integration of $\delta \mathbf{a}^b$, so small acceleration errors will cause unlimited position errors over time. This is where the GPS comes into play. Position errors given by the GPS will not increase over time.



Image 5: GPS testdrive

IV. KALMAN FILTER

To combine the INS with the GPS data, an extended kalman filter is used. More on implementing a kalman filter can be found in [4]. Here only the solution will be given.

No GPS data available:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_k^- &= \tilde{\mathbf{a}}_k + \delta \mathbf{a}_k^- \\ \mathbf{z}_{k+1}^- &= f(\mathbf{z}_k^-, \mathbf{a}_k^-) \\ \delta \mathbf{a}_{k+1}^- &= (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)_{10:15 \times 10:15} \delta \mathbf{a}_k^- \\ \mathbf{P}_{k+1}^- &= (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts) \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)^T + \mathbf{Q}_{d,k} \end{aligned}$$

GPS data available:

$$\begin{aligned} \mathbf{K}_k &= \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \\ \begin{bmatrix} \delta \mathbf{z}_k \\ \delta \mathbf{a}_k \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 1} \\ \delta \mathbf{a}_k^- \end{bmatrix} + \mathbf{K}_k \left[\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{H}_k \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k^- \\ \mathbf{0}_{6 \times 1} \end{bmatrix} \right] \\ \mathbf{z}_k &= \mathbf{z}_k^- + \delta \mathbf{z}_k \\ \mathbf{a}_k &= \tilde{\mathbf{a}}_k + \delta \mathbf{a}_k \\ \mathbf{P}_k &= \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \\ \mathbf{z}_{k+1}^- &= f(\mathbf{z}_k, \mathbf{a}_k) \\ \delta \mathbf{a}_{k+1}^- &= (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)_{10:15 \times 10:15} \delta \mathbf{a}_k \\ \mathbf{P}_{k+1}^- &= (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts) \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)^T + \mathbf{Q}_{d,k} \end{aligned}$$

The $f(\cdot)$ function implements the INS-equations defined earlier. The GPS position and velocity data are given in \mathbf{y} .

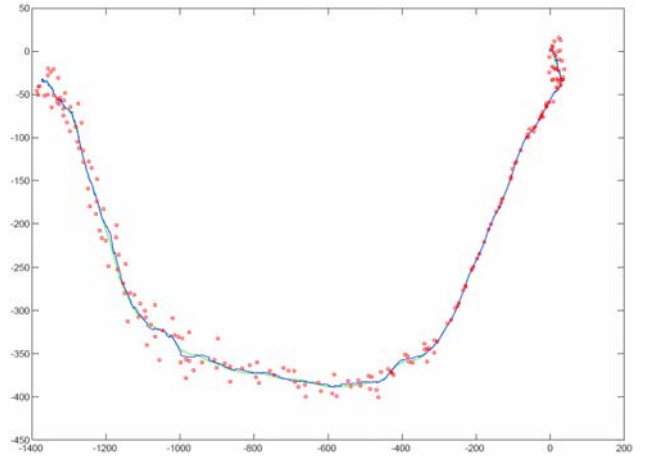


Image 6: Blue: filter output ; Red: GPS output; Green real value

	Mean error [m]	Max error [m]
GPS	11.6863	40.6268
Kalman	1.6002	5.9530

ACKNOWLEDGEMENTS

The author would like to thank H. De Smet for the opportunity to do this research, as well as M. Zanders, L. Thoma and B. Vangheluwe for helping the author to achieve these results.

REFERENCES

- [1] Thomas Stork, Electronic Compass Design, 2000.
- [2] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, Lawrence R. Weill, Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration, 2001.
- [3] Isaac Skog, A Low-Cost GPS Aided Inertial Navigation System for Vehicular Applications, 2005.
- [4] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab, 2001.

Inhoudsopgave

Inleiding.....	1
1.1 THESIONDERWERP	1
1.2 OVERZICHT VAN DIT DOCUMENT	4
Elektronisch kompas	5
2.1 INLEIDING	5
2.2 AARDMAGNETISCH VELD.....	5
2.3 MAGNETORESISTIVE SENSOREN.....	7
2.4 SIGNAL CONDITIONING.....	9
2.5 INTERFERENTIE VELDEN	11
2.6 3D-KOMPAS	13
2.7 METINGEN.....	14
Air-data sensoren.....	15
3.1 SNELHEIDSMETER.....	15
3.2 HOOGTEMETER.....	16
Inertiële Navigatie.....	17
4.1 INERTIAL MEASUREMENT UNIT	18
4.2 COÖRDINAATSYSTEMEN	19
4.3 NAVIGATIE VERGELIJKINGEN	21
4.5 FOUTEN PROPAGATIE	26
Global positioning system	31
5.1 PRINCIPE	31
5.2 GPS-NAVIGATIE BOODSCHAP	32
5.3 POSITIE BEPALING	34
5.4 GPS-METING	36
Kalman filtering.....	37
6.1 ECEF FOUTENMODEL	37
6.2 DISCRETISEREN VAN HET FOUTENMODEL	40
6.3 COMBINATIE VAN GPS EN INS	41
Hardware.....	44
7.1 BLOKSCHEMA	44
7.2 SPI-BUS	46
7.3 ANALOGE SCHAKELINGEN.....	48
7.3.1 <i>Regelkring rond de magnetische veld sensoren</i>	48
7.3.2 <i>Binnenlezen van de differentiële druk sensor.....</i>	59
7.3.3 <i>De 1-bit PWM-decoder.....</i>	61
7.4 HARDWARE BOARD	63
Conclusie.....	64

Lijst met afkortingen

ADC	:	Analoog-digitaal-converter
AHRS	:	Attitude and heading reference systems
BPSK	:	Binary phase-shift keying
CMOS	:	Complementary metal oxide semiconductor
DCM	:	Direct cosinus matrix
DSP	:	Digital signal processing/ processor
ECEF	:	Earth-Centered, Earth-Fixed
EKF	:	Extended kalman filter
GPS	:	Global positioning system
HCT	:	High-speed CMOS, TTL compatible
IMU	:	Inertial measurement unit
INS	:	Inertieel navigatie systeem
I/O	:	Input , output
IRS	:	Inertial Reference System
LPF	:	Low-pass filter
MEMs	:	Microelectromechanical Systems
NED	:	North-east-down
PI	:	Proportioneel en integrerend
PSR	:	Pseudo-range
PWM	:	Pulse width modulation
SCU	:	Signal conditioning unit
SPI	:	Serial Peripheral Interface
TTL	:	Transistor-transistor logica
UART	:	Universal asynchronous receiver/transmitter

Hoofdstuk I

Inleiding

1.1 Thesisonderwerp

Eén van de doelstellingen van deze thesis is het implementeren en evalueren van een inertiael navigatiesysteem, kortweg INS. Een INS leest data uit een “Inertial measurement unit” (of IMU) en zal aan de hand van deze data informatie weergeven over de huidige positie, snelheid en richting. De IMU bestaat uit drie orthogonaal opgestelde versnellingsmeters (of accelero’s) en hoeksnelheidsmeters (of gyro’s). Indien de initiële toestand volledig gekend is kan de positie op ieder moment bepaald worden uit de IMU data.

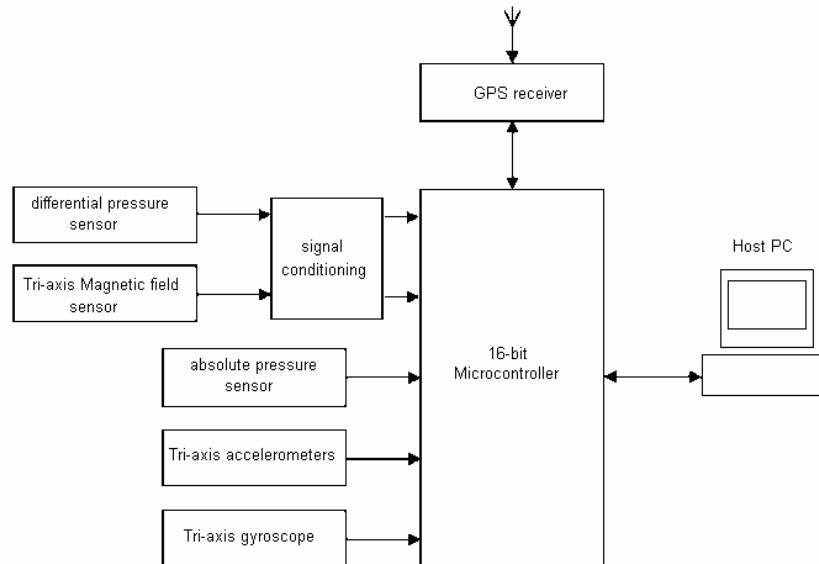
Een IMU was tot voor kort een duur en volumineus meetinstrument. Door de opkomst van de “*Microelectromechanical Systems*”, kortweg MEMS, kan het volume en de kost echter fors naar omlaag gehaald worden. In deze thesis wordt gebruik gemaakt van deze “nieuwe” technologie. Deze sensoren hebben echter het nadeel dat ze minder nauwkeurig zijn. Het is deze onnauwkeurigheid die ervoor zorgt dat de INS alleen onbruikbaar wordt.

Bij een INS wordt de huidige positie niet bepaald uit een absolute meting maar wel relatief ten opzichte van de vorige positie. Dit zorgt ervoor dat kleine meetfouten zich gaan opstapelen en onbegrensd stijgen in functie van de tijd. Door de beperkte precisie van de IMU zal dit vrij snel gebeuren (orde van seconden!).

Een “*global positioning system*” of GPS bepaalt eveneens de positie. Hier gaat het wel over een absolute meting. Dit zorgt ervoor dat de afwijkingen niet stijgen met de tijd. De nadelen van dit systeem zijn dat het niet “self reliant” is, onnauwkeurig op korte termijn en een trage datastroom levert.

Dit zijn eigenschappen waarom de INS wel goed scoort. Door het combineren van de twee systemen kan een veel nauwkeuriger navigatietoestel gecreëerd worden. Het combineren gebeurt aan de hand van een extended kalman filter.

Het eerste wat er moest gebeuren was het ontwerpen van een board die minstens beschikte over een IMU en een GPS-module. Uiteindelijk bevat het board veel meer dan enkel deze minimum sensoren. Het beschikt verder over een hoogtemeter, snelheidsmeter, elektronisch kompas en autopiloot-interface¹. Deze extra metingen kunnen, in een verder stadium, gebruikt worden om de nauwkeurigheid van het totale systeem te verhogen.

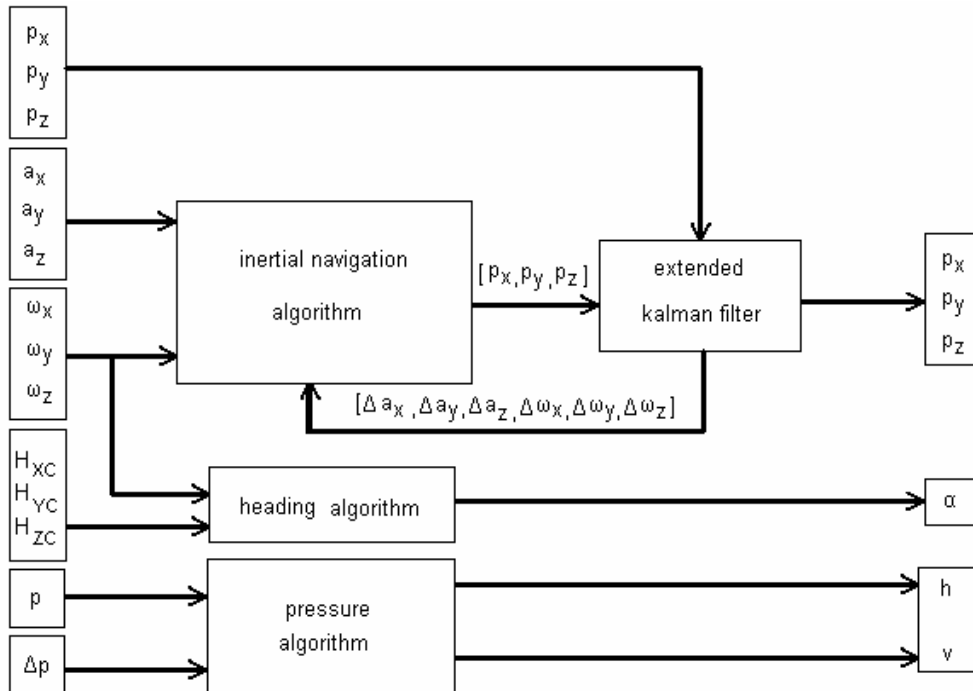


Figuur 1: Hardware overzicht

Bovenstaande figuur toont een vereenvoudigde voorstelling van het ontworpen board. De centrale component is een microcontroller die alle data verzamelt. In de microcontroller ondergaat de data een eerste voorbewerking, daarna wordt alle informatie via RS-232 naar een PC gestuurd die de algoritmes voor zijn rekening neemt. Hierbij wordt gebruik gemaakt van een zelf ontwikkeld protocol.

¹ Deze laatste werd in hardware voorzien maar valt buiten de scope van deze thesis.

De algoritmes worden ontwikkeld in matlab/simulink. Er werden modellen gemaakt van de sensoren om de algoritmes te evalueren voordat ze in “real time” werden toegepast op de werkelijk opgemeten data.



Figuur 2: Software overzicht

Bovenstaande figuur geeft een overzicht van de ontwikkelde algoritmes. Een absolute en een differentiële drukmeting moet worden omgezet naar een hoogte respectievelijk snelheidsindicatie. Daarnaast worden magnetische veldsensoren gebruikt om de “heading” te bepalen. De IMU en de GPS moeten een correcte positiemeting weergeven.

1.2 Overzicht van dit document

In ieder hoofdstuk van het document wordt één blokje van het “*software overzicht*” besproken. Eerst worden de nodige vergelijkingen afgeleid, eventueel gevolgd door een foutenanalyse en metingen. Er wordt ook telkens kort weergegeven hoe de sensoren de fysische grootte opmeten.

In hoofdstuk 2 wordt begonnen met de implementatie van het elektronisch kompas. Hier wordt weergegeven hoe magnetische veldmetingen worden omgezet naar een heading indicatie en welke problemen er hierbij kunnen voorkomen. Daarna volgen enkele meetresultaten van het kompas.

Het 3^{de} hoofdstuk zal kort weergeven hoe de drukmetingen worden omgezet in hoogte en snelheidsinformatie.

Op het INS-algoritme wordt dieper ingegaan het 4^{de} hoofdstuk. Hier worden de navigatievergelijkingen afgeleid en gediscrètiseerd. Daarna volgt een uitgebreide foutenanalyse gesteund met simulaties en metingen.

In hoofdstuk 5 wordt de GPS besproken die in hoofdstuk 6 zal gebruikt worden in de kalman filter.

Alles wat komt kijken bij het hardware ontwerp kan worden terug gevonden in hoofdstuk 7. Allereerst wordt het blokschema besproken. Ook simulaties en berekeningen van sommige analoge circuits komen hier aan bod.

Hoofdstuk II

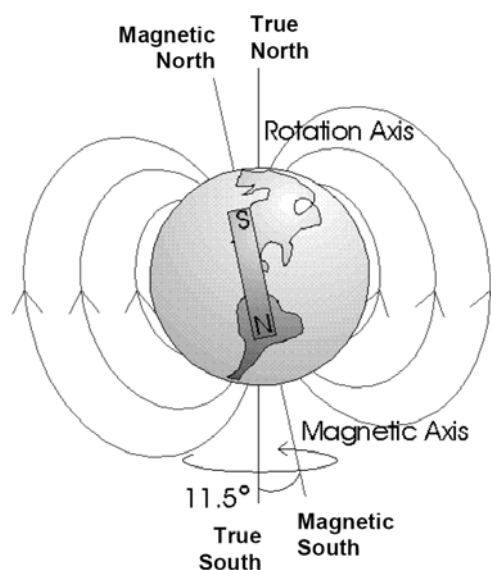
Elektronisch kompas

2.1 Inleiding

Het elektronische kompas moet het oude magnetische naaldkompas vervangen. Er bestaan tal van magnetische sensoren maar ze komen niet allemaal in aanmerking voor het meten van het “zwakke” magnetisch veld van de aarde. De meest aangewezen sensor, naar prijs kwaliteit toe, is gebaseerd op de magnetoresistive technologie.

2.2 Aardmagnetisch veld

De fysische grootte die door het kompas wordt opgemeten en geëvalueerd, is het aardmagnetisch veld. Vandaar dat de kennis van enkele basiseigenschappen noodzakelijk is. Voor een uitgebreide beschrijving wordt verwezen naar [1]

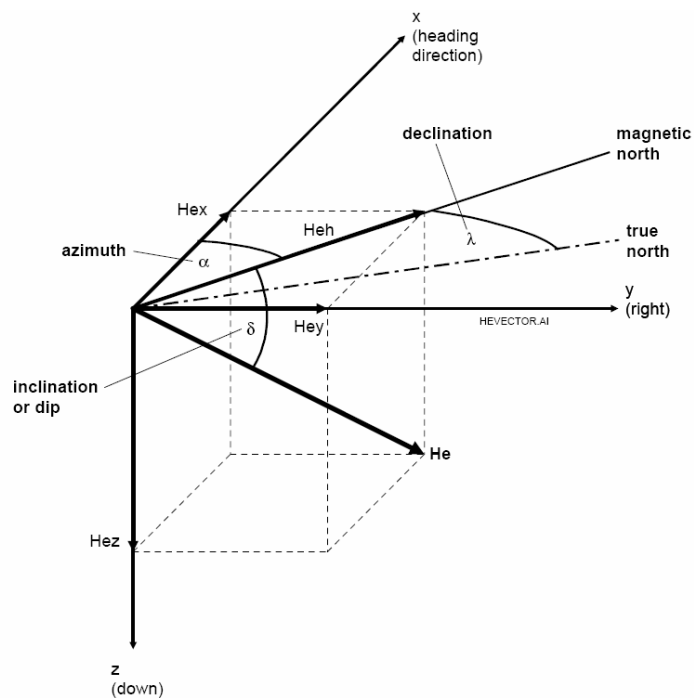


Figuur 3: Aardmagnetisch veld

Het aardmagnetisch veld varieert van locatie tot locatie gespreid over een bereik van 20 A/m tot 50 A/m . De magnetische veldlijnen vertrekken van de zuidpool en eindigen op de noordpool². Deze veldlijnen staan loodrecht op het aardoppervlak ter hoogte van de polen en parallel aan het oppervlak ter hoogte van de evenaar. In het noordelijke halfrond is het magnetisch veld naar beneden toe gericht, in het zuidelijke halfrond naar boven.

Belangrijk om te weten is dat de magnetische polen niet samenvallen met de geografische polen. De hoek tussen beide bedraagt ongeveer $11,5^\circ$.

Het plaatselijke magnetisch veld kan voorgesteld worden door een veldvector H_e .



Figuur 4: 3-D voorstelling van de veldvector H_e

De x- en y-coördinaten zijn parallel aan het aardoppervlak, de z-coördinaat is verticaal naar beneden toe gericht.

² Dit is tegengesteld aan de fysische conventie van een staafmagneet

a) Azimuth

Azimuth is de hoek tussen het magnetische noorden en de heading richting gemeten in wijzerzin. H_{EH} wijst in de richting van het magnetische noorden en wordt de horizontale component van het aardmagnetisch veld genoemd.

$$\alpha = \arctan \frac{H_{ey}}{H_{ex}} \quad (2.1)$$

b) Inclinatie

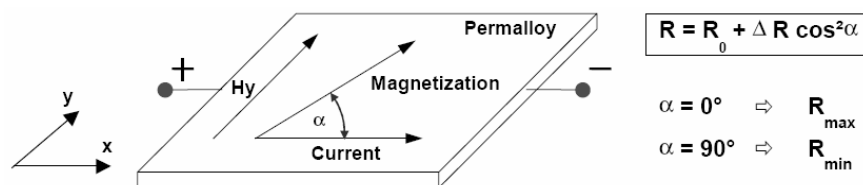
De magnetische inclinatie is de hoek die de veldvector in verticale richting met het aardoppervlak maakt. Deze hoek hangt af van de breedtegraad waarop men zich bevindt.

c) Declinatie

De magnetische declinatie (ook: variatie) is het verschil in richting dat veroorzaakt wordt doordat het ware noorden, dat samenvalt met de draaiingsas van de aarde, niet samenvalt met de positie van de magnetische noordpool.

2.3 Magneto-resistive sensoren

Magneto-resistive sensoren steunen op de eigenschap dat de weerstand van een stroom voerend magnetisch materiaal kan variëren bij aanwezigheid van een extern magnetisch veld.



Figuur 5: Magneto-resistief effect

Het materiaal heeft een geprefereerde magnetische richting. Op de figuur is dit de x-richting, die ook de richting van de stroom is.

De sensor steunt op twee effecten:

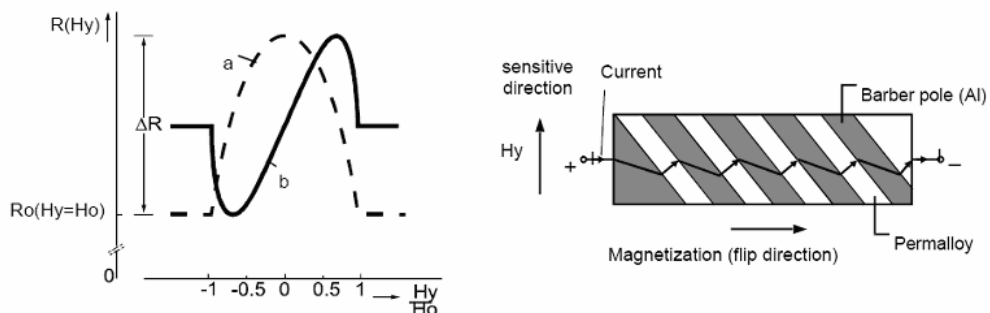
- De weerstand van het materiaal is afhankelijk van de hoek tussen de richting van de stroom en deze van het magnetisch veld.
- De richting van het magnetisch veld kan beïnvloedt worden door een extern magnetisch veld H_Y waarbij H_Y loodrecht staat op de geprefereerde richting en parallel ligt t.o.v. het materiaal.

Als er geen extern magnetisch veld aanwezig is, dan is $\alpha = 0^\circ$ en is de weerstand van het materiaal maximaal. Hoe sterker het veld H_Y , hoe groter α . De weerstand van het materiaal in minimaal als $\alpha = 90^\circ$.

$$\begin{cases} R = R_0 & (H_Y > H_0) \\ R = R_0 + \Delta R \cdot \left(1 - \left(\frac{H_Y}{H_0} \right)^2 \right) & (H_Y \leq H_0) \end{cases} \quad (2.2)$$

Waarbij R_0 , ΔR en H_0 materiaalconstanten zijn.

Voor kleine waarden van H_Y is de gevoeligheid zeer laag en niet-lineair (grafiek a op de figuur). Ook is het onmogelijk om te detecteren of H_Y positief of negatief is. Om dit te verbeteren wordt in het materiaal aluminium aangebracht (grafiek b).



Figuur 6: Verbetering door het aanbrengen van aluminium

Vier van deze magnetische weerstanden in brugconfiguratie vormen de basis van de magnetische veld sensor.

2.4 Signal conditioning

De SCU (Signal conditioning unit) moet V_X en V_Y voldoende versterken. Al naargelang de gewenste nauwkeurigheid moet de SCU nog de volgende fouten elimineren:

- Offset-spanningen V_{OX} en V_{OY} , die veroorzaakt worden door toleranties op de vier magnetische weerstanden.
- Het verschil in gevoeligheid (ΔS) tussen het X-en Y-kanaal door toleranties en temperatuursdrift.
- Het niet orthogonaal (β) zijn van de sensoren door de plaatsingstoleranties.

De azimuth wordt:

$$\alpha = \arctan \frac{V_y}{V_x} = \arctan \frac{He.(S + \Delta S). \sin(\alpha + \beta) + V_{oy}}{He.S. \cos \alpha + V_{ox}} \quad (2.3)$$

De offsetspanning en de temperatuursdrift van de gevoeligheid worden in hardware opgelost. Hiervoor wordt verwezen naar “Regelkring rond de magnetische veld sensoren”.

Het verschil in gevoeligheid (ΔS), bij constante temperatuur, kan als volgt opgelost worden:

$$V_{Y,correct} = V_{Y,gemeten} \cdot \frac{V_{X,pp}}{V_{Y,pp}} \quad (2.4)$$

$V_{x,pp}$ en $V_{y,pp}$ zijn de maximale spanningen die worden opgemeten bij het roteren van het kompas in een magnetisch veld.

$$\frac{V_{Y,pp}}{V_{X,pp}} = \frac{S_Y}{S_X} = \frac{(S + \Delta S)}{S} \quad (2.5)$$

Dan is er nog de fout die wordt ingevoerd door het niet volledig loodrecht zijn van de assen. De maximale fout die hieruit volgt zal maximaal ongeveer de grootte hebben van de fouthoek (β) zelf. Als deze fout niet aanvaardbaar is moet β gecompenseerd worden.

Als het kompas geroteerd wordt in een vlak parallel aan de aarde, dan moeten V_X en V_Y 90° in fase verschoven zijn. Door de orthogonale afwijking wordt dit:

$$\begin{aligned} V_Y &= V_{\max} \cdot \sin(\alpha + \beta) \\ V_X &= V_{\max} \cdot \cos \alpha \end{aligned} \quad (2.6)$$

Uit de werkelijke faseverschuiving kan β bepaald worden. Aan de hand van β kan V_Y vervolgens gecorrigeerd worden.

$$\begin{aligned} V_{Y,correct} &= V_{\max} \cdot \sin \alpha \\ \Leftrightarrow V_{Y,correct} &= \frac{V_Y}{\cos \beta} - V_X \cdot \tan \beta \quad \left(\text{met } \sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta \right) \end{aligned} \quad (2.7)$$

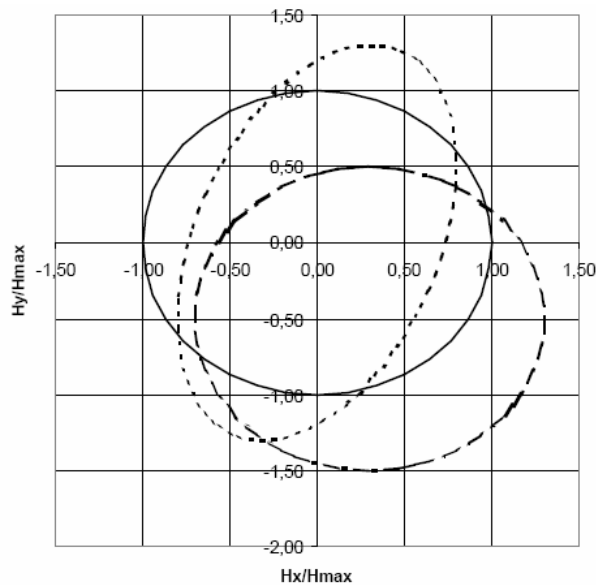
Eenmaal dat alles gecorrigeerd is kan de azimuth-hoek bepaald worden als weergegeven in (2.1). Het argument V_Y/V_X heeft een pool voor $V_X = 0$ en de arctan functie is slechts beperkt tot het interval $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Dit heeft als gevolg dat (2.1) wordt herleid tot:

$$\begin{aligned} \alpha(V_X = 0, V_Y > 0) &= 270^\circ \\ \alpha(V_X = 0, V_Y < 0) &= 90^\circ \\ \alpha(V_X > 0, V_Y > 0) &= 360^\circ - \left(\arctan \frac{V_Y}{V_X} \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \\ \alpha(V_X > 0, V_Y < 0) &= - \left(\arctan \frac{V_Y}{V_X} \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \\ \alpha(V_X < 0) &= 180^\circ - \left(\arctan \frac{V_Y}{V_X} \right) \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \end{aligned} \quad (2.8)$$

2.5 Interferentievelden

Het kan voorkomen dat aanwezige magnetische velden het opgemeten aardmagnetische veld beïnvloeden. Deze invloeden kunnen gecompenseerd worden als de bron op een vaste positie staat, t.o.v. het kompas, en als zijn magnitude constant is in de tijd.

Om de invloed van het ongewenste veld weer te geven wordt het kompas gedraaid over 360° . V_Y versus V_X wordt weergegeven als een Lissajou-figuur. Indien geen storend magnetisch veld, wordt een cirkel weergegeven met straal gelijk aan H_E . Alle afwijkingen van deze cirkel zijn te wijten aan interferentie.



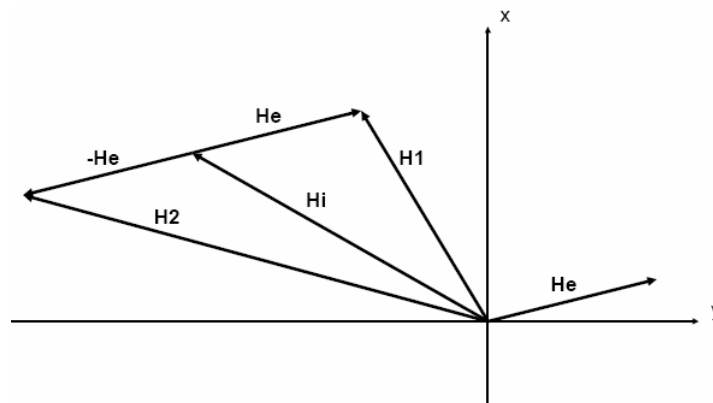
Figuur 7: Interferentie testdiagram

De interferenties kunnen onderverdeeld worden in twee basisgroepen. De “harde ijzer effecten” en de “zachte ijzer effecten”.

“Harde ijzer effecten” worden veroorzaakt door gemagnetiseerde objecten die op een vast punt van het kompas staan. Hun veld wordt vectoriëel opgeteld met het aardmagnetisch veld. In het testdiagram veroorzaakt dit een verschuiving van de oorsprong (0,0) naar het punt (H_{IX}, H_{IY}) . Waarbij H_{IX} en H_{IY} de componenten van het interfererend veld zijn.

“Zachte ijzer effecten” ontstaan door distortie van het aardmagnetisch veld, door de aanwezigheid van ferromagnetische materialen. Dit zorgt voor een vervorming van de cirkel in het testdiagram.

Meestal zijn de “zachte ijzer effecten” veel zwakker dan de “harde ijzer effecten”. In dit geval kan de bidirectionele calibratie gebruikt worden. Hierbij worden twee metingen (H1 en H2) uitgevoerd op de zelfde locatie maar in tegenovergestelde richting.



Figuur 8: Bidirectionele calibratie

Uit deze twee metingen kan vervolgens het interferentieveld bepaald worden:

$$\begin{aligned}
 H_1 + H_2 &= \begin{pmatrix} H_{1X} \\ H_{1Y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} H_{2X} \\ H_{2Y} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} H_{EX} + H_{IX} \\ H_{EY} + H_{IY} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -H_{EX} + H_{IX} \\ -H_{EY} + H_{IY} \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 2H_{IX} \\ 2H_{IY} \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

Hieruit volgt dat:

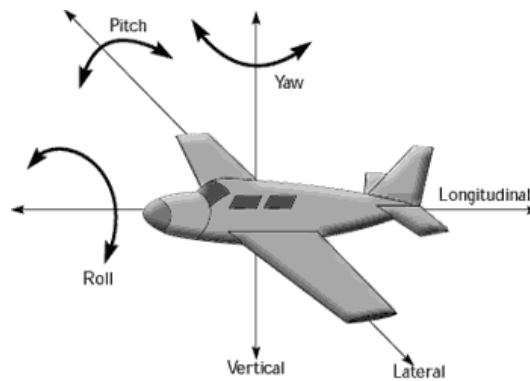
$$\begin{aligned}
 H_{IX} &= \frac{1}{2}(H_{1X} + H_{2X}) \\
 H_{IY} &= \frac{1}{2}(H_{1Y} + H_{2Y})
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

2.6 3D-Kompas

Tot zover werd er altijd vanuit gegaan dat de X-as en Y-as een vlak beschreven die parallel lag aan het aardoppervlak. In de avionica is dit zeker niet altijd het geval.

Om het beschreven 2-D kompas uit te breiden naar een 3-D kompas zijn extra sensoren nodig.

- Een derde magnetische veldsensor.
- Gyro's die de richting van het vliegtuig aangeven.



Figuur 9: Pitch , roll en yaw

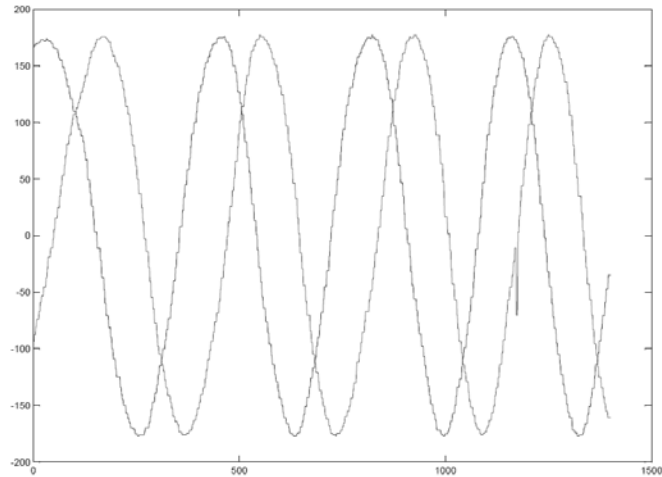
De aardmagnetische veld componenten worden nu als volgt uitgedrukt:

$$\begin{aligned}H_{XE} &= H_{XC} \cdot \cos \phi - H_{YC} \cdot \sin \phi - H_{ZX} \cdot \sin \phi \cdot \cos \rho \\H_{YE} &= H_{YC} \cdot \cos \rho + H_{ZC} \cdot \sin \rho\end{aligned}\tag{2.11}$$

Waarbij ρ de "roll" aangeeft en ϕ de "pitch"

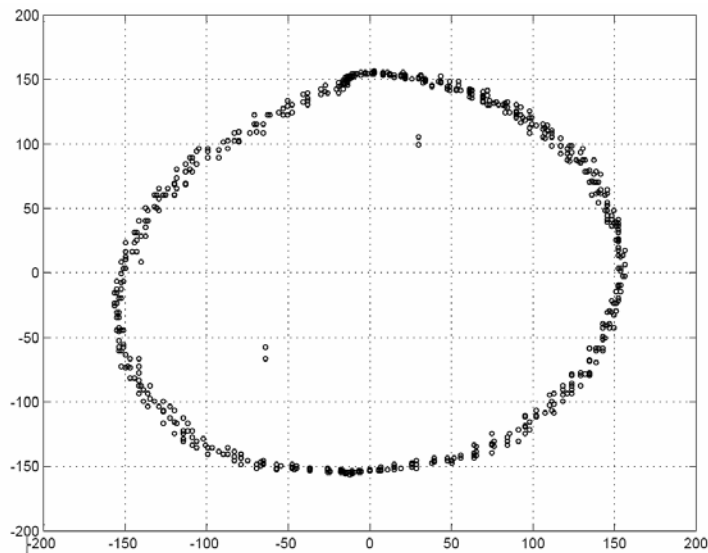
2.7 Metingen

Om het kompas uit te meten werd de module geroteerd in het XY-vlak.



Figuur 10: H_x en H_y in functie van de tijd

In perfecte omstandigheden moeten de sinussen 90° t.o.v. elkaar verschoven zijn.



Figuur 11: H_y in functie van H_x

Op de XY-plot is de cirkel duidelijk zichtbaar. Door zowel invloeden van zachte als van harde ijzer effecten is de cirkel niet perfect.

Hoofdstuk III

Air-data sensoren

3.1 Snelheidsmeter

Met behulp van een absolute druksensor, een differentiële druksensor en een temperatuursensor kan de snelheid t.o.v. de lucht gemeten worden. Het verband tussen de differentiële druk en de “air speed” wordt gegeven door:

$$V = \sqrt{\frac{2}{\rho}} \sqrt{\Delta P} \quad (3.1)$$

Waarbij de luchtdichtheid afhankelijk is van de temperatuur en de absolute druk:

$$\rho = \frac{P}{R.T} \quad (3.2)$$

Op bovenstaande manier kan de snelheid t.o.v. de lucht gemeten worden. Om de snelheid t.o.v. de grond te weten moet de windsnelheid in rekening gebracht worden.

De MEMS druksensoren maken gebruik van een diafragma die onder invloed van de absolute of differentiële druk een verplaatsing ondergaat. Dit diafragma doet dienst als één van de elektrodes van een capaciteit. Op deze manier wordt de drukmeting als spanning naar buiten gebracht.

3.2 Hoogtemeter

De hoogte boven de zeespiegel kan bepaald worden uit de opgemeten waarde van een absolute druksensor. De relatie tussen de opgemeten druk p en de hoogte, h , kan bij constante temperatuur en aardversnelling als volgt afgeleid worden :

$$\begin{aligned} dp &= -\rho \cdot g \cdot dh \\ \Leftrightarrow dp &= -\frac{p}{p_0} \rho_0 \cdot g \cdot dh \quad \left(\text{met } \frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} \right) \\ \Leftrightarrow p(h) &= p_0 \cdot e^{-g \cdot h \cdot \rho_0 / p_0} \\ \Leftrightarrow p &= p_0 \left(\frac{T_0 - \lambda \cdot h}{T_0} \right)^{\frac{g \cdot T_0 \cdot \rho_0}{\lambda \cdot p_0}} \\ \Leftrightarrow h &= \frac{T_0}{\lambda} \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{R\lambda}{g}} \right] \end{aligned} \tag{3.3}$$

De variabelen p_o en T_o zijn respectievelijk de druk en temperatuur gemeten op zeeniveau. R is de universele gasconstante en g is de magnitude van de plaatselijke aardversnelling. λ tenslotte, geeft aan met welke snelheid de temperatuur van de standaard atmosfeer daalt i.f.v. de hoogte.

Bij standaard atmosferische condities geldt dat $p_o = 101325$ Pa, $T_o = 288,15$ K en $\lambda = 0,0065$ K/m. Als de atmosferische condities afwijken van de standaard waarde moet een correctie gebeuren. De GPS informatie kan hiervoor gebruikt worden.

Hoofdstuk IV

Inertiële Navigatie

Inertial navigation systems (INS) steunen op Newton's bewegingswetten. Wanneer een object zijn beginpositie, snelheid en richting gekend zijn, kunnen alle verdere posities bepaald worden uit versnellings -en hoeksnelheidsmetingen van het object. Door de integratie die hiermee gepaard gaat wordt laag frequente ruis en sensoroffset versterkt. INS beschikt hierdoor niet over een "long time stability". Op korte termijn is de INS wel nauwkeurig. Een INS is ook in staat om aan een hoge snelheid data te leveren. Dit is net wat een GPS niet kan. Een GPS heeft dan weer wel een "long time stability". Het is om deze reden dat de twee systemen verderop zullen gecombineerd worden.

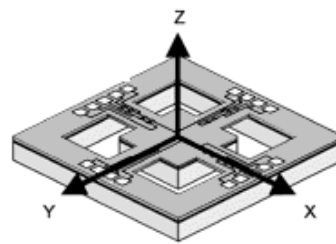
In dit hoofdstuk wordt het algoritme afgeleid die de data komende van de accelerometers en de gyroscopen omzet naar positie-indicaties. Hierbij wordt uitgegaan van resultaten uit [2]. Om de resultaten van de INS te kunnen vergelijken met deze van de GPS is het nodig om ze in hetzelfde coördinaatsysteem te evalueren.

Op het eind van het hoofdstuk wordt aandacht besteed aan de foutpropagatie zoals weergegeven in [3]. Deze zal ervoor zorgen dat de INS zonder hulp systemen zo goed als onbruikbaar wordt.

4.1 Inertial measurement unit

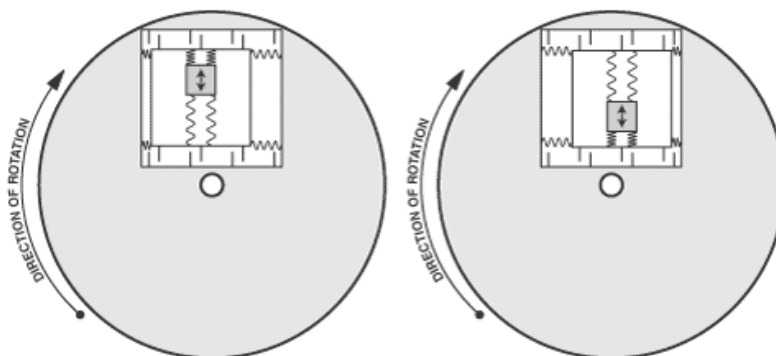
Een “inertial measurement unit” bevat alle sensoren die nodig zijn voor een INS. Dit zijn drie versnellingsmeters en drie gyroscopen, orthogonaal geplaatst. In het ontwikkelde systeem werd één versnellingsmeter gekozen die meteen de drie assen opmeet. Voor de gyroscopen werden drie aparte modules gebruikt.

De accelerometer bestaat uit een massa die onder invloed van de versnelling een verplaatsing ondergaat. Deze verplaatsing zorgt voor een verandering in capaciteit die kan opgemeten worden. Aan de hand van een terugkoppeling wordt het niet lineair verband tussen de verplaatsing en de verandering in capaciteit zoveel mogelijk teniet gedaan.



Figuur 12: Principe van een MEMS accelerometer

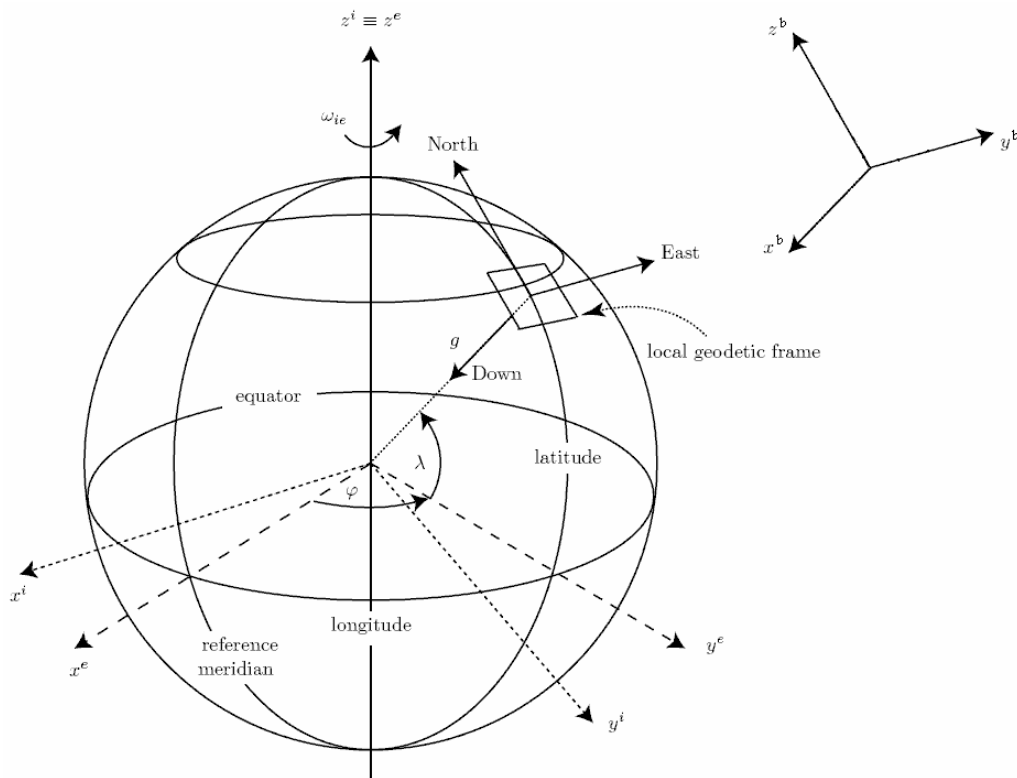
De hoeksnelheidsmeters maken gebruik van het coriolis-effect. Als een massa, onder invloed van een rotatie, een verticale beweging uitvoert, zal er loodrecht op deze beweging een coriolis kracht ontstaan evenredig aan de rotatiesnelheid. Deze kracht zal zorgen voor een horizontale positieverandering die opnieuw capacitief kan opgemeten worden.



Figuur 13: Principe van een MEMS gyro

4.2 Coördinaatsystemen

De positie indicatie alleen is niet voldoende. Het coördinaatsysteem waarin de indicaties gelden moet ook aangegeven worden. De GPS informatie wordt weergegeven in het “*earth-centered earth-fixed*”-frame (verder aangegeven door *e*-frame). De oorsprong van dit coördinaatsysteem bevindt zich in het centrum van de aarde. De *x*-as wijst naar het snijpunt van de evenaar en de primaire meridiaan, met als gevolg dat het *e*-frame mee roteert met de aarde. De *z*-as valt samen met de polaire as. De *y*-as vervolledigt het coördinaatsysteem.



Figuur 14: Coördinaat frames

Een tweede frame dat verderop in het hoofdstuk zal gebruikt worden is het *i*-frame of “*inertial*”-frame. Dit is gelijkaardig aan het *e*-frame maar roteert niet mee met de aarde.

Het body frame (*b*-frame) valt samen met het voertuig. Voor de eenvoud wordt aangenomen dat de assen van het voertuig samenvallen met deze van de sensoren.

Dit zijn de drie coördinaatsystemen die gebruikt worden bij het afleiden van de INS-vergelijkingen. De letters e , i en b zullen verderop gebruikt worden om aan te geven in welk coördinaatsysteem de betreffende data verrekend moet worden.

Een laatste frame is het “*Local geodetic*”-frame. Dit frame wordt niet gebruikt in het theoretische INS-algoritme. Praktische resultaten zullen wel worden weergegeven in dit frame omdat het gemakkelijk te interpreteren valt.

Dit frame staat ook bekend als het NED of “*north-east-down*”-frame

4.3 Navigatievergelijkingen

Navigatievergelijkingen geven het verband aan tussen de inputs, versnellings- en hoeksnelheidsdata, en de outputs, positie en snelheid. Stel dat \mathbf{p}^e de positievector is in het e -frame en \mathbf{p}^i de positievector in het i -frame dan geldt

$$\mathbf{p}^i = \mathbf{C}_e^i \mathbf{p}^e + \mathbf{r}^i \quad (4.1)$$

waarbij \mathbf{r}^i de afstand tussen de oorsprongen aangeeft. \mathbf{C}_e^i is de DCM, of discrete cosinus matrix, tussen beide frames en wordt gegeven door

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_e^i &= \mathbf{C}_{ez}^i(\theta_1) \cdot \mathbf{C}_{ey}^i(\theta_2) \cdot \mathbf{C}_{ex}^i(\theta_3) \\ &= \begin{bmatrix} \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_2 & \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 \\ -\sin \theta_1 \cdot \cos \theta_3 + \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 & \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_3 + \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \cdot \sin \theta_3 & \cos \theta_2 \cdot \sin \theta_2 \\ \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_3 + \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_3 & -\cos \theta_1 \cdot \sin \theta_3 + \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_2 \cdot \cos \theta_3 & \cos \theta_2 \cdot \cos \theta_2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.2)$$

waarbij $\mathbf{C}_{ez}^i(\theta_1)$ de rotatiematrix voorstelt rond de z -as met een hoek θ_1 .

Twee maal afleiden van 4.1 geeft

$$\ddot{\mathbf{p}}^i = \mathbf{C}_e^i \ddot{\mathbf{p}}^e + 2\dot{\mathbf{C}}_e^i \dot{\mathbf{p}}^e + \ddot{\mathbf{C}}_e^i \mathbf{p}^e + \ddot{\mathbf{r}}^i \quad (4.3)$$

De eerste afgeleide van de DCM kan geschreven worden als

$$\dot{\mathbf{C}}_e^i = \mathbf{C}_e^i \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \quad (4.4)$$

waarbij $\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e$ de antisymmetrische matrix van de hoeksnelheden voorstelt

$$\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ie_z}^e & \omega_{ie_y}^e \\ \omega_{ie_z}^e & 0 & -\omega_{ie_x}^e \\ -\omega_{ie_y}^e & \omega_{ie_x}^e & 0 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Nogmaals afleiden van 4.4 leidt tot

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{C}}_e^i &= \dot{\mathbf{C}}_e^i \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \mathbf{C}_e^i \cdot \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e \\ &= \mathbf{C}_e^i \cdot (\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Substitutie van 4.6 en 4.4 in 4.3 geeft

$$\ddot{\mathbf{p}}^i = \mathbf{C}_e^i \ddot{\mathbf{p}}^e + 2\mathbf{C}_e^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e + \mathbf{C}_e^i \cdot (\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e) \mathbf{p}^e + \ddot{\mathbf{r}}^i \quad (4.7)$$

De beweging van een massa m kan m.b.v. de wetten van Newton geschreven worden als

$$m\ddot{\mathbf{p}}^i = \mathbf{f}_g + \mathbf{f}_i \quad (4.8)$$

waarbij \mathbf{f}_g en \mathbf{f}_i de gravitatiekracht respectievelijk de inertiële kracht van de massa voorstellen. Het wegdelen van de massa leidt tot

$$\ddot{\mathbf{p}}^i = \mathbf{g}^i + \mathbf{a}^i \quad (4.9)$$

Substitutie van 4.9 in 4.7 levert

$$\mathbf{g}^i + \mathbf{a}^i = \mathbf{C}_e^i \ddot{\mathbf{p}}^e + 2\mathbf{C}_e^i \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e + \mathbf{C}_e^i \left(\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e \right) \mathbf{p}^e + \ddot{\mathbf{r}}^i \quad (4.10)$$

Na het vermenigvuldigen van beide leden met \mathbf{C}_i^e wordt de algemene differentiaal vergelijking voor navigatie in een willekeurig frame verkregen.

$$\mathbf{g}^e + \mathbf{a}^e = \ddot{\mathbf{p}}^e + 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e + \left(\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e \right) \mathbf{p}^e + \ddot{\mathbf{r}}^e \quad (4.11)$$

Voor een transformatie van het i -frame naar het e -frame kunnen enkele zaken vereenvoudigd worden. De oorsprong van beide frames is gelijk en ook de richting van de assen zijn gelijk op een rotatie rond de z -as na

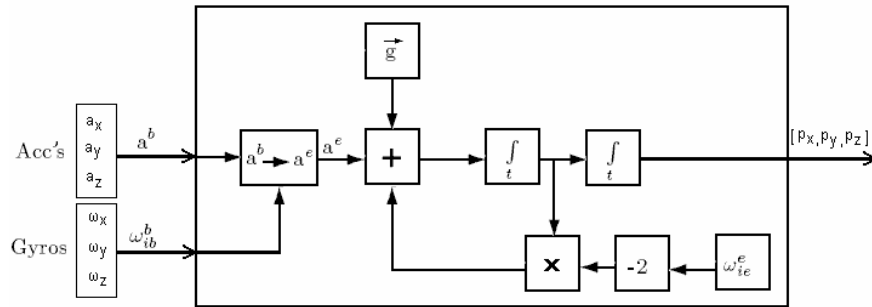
$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{r}}^e &= 0 \\ \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e &= \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{ie} & 0 \\ \omega_{ie} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

ω_{ie} is de aardrotatiesnelheid en bedraagt ongeveer $7,3 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$. Aangezien de variatie in aardrotatie hier verwaarloosbaar is wordt $\dot{\mathbf{C}}_e^i$ gelijk gesteld aan nul. Ook de middelpuntvliedende kracht t.g.v. de aardrotatie is te verwaarlozen, met als gevolg dat de volledige term $\left(\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{ie}^e + \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{ie}^e \right) \mathbf{p}^e$ kan geschrapt worden.

De vergelijking 4.11 herleidt zich tot

$$\ddot{\mathbf{p}}^e = \mathbf{g}^e + \mathbf{a}^e - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e \quad (4.13)$$

Hiermee is het eerste deel van het inertiaal navigatie-algoritme bepaald. In de versnellingsinformatie moeten de gravitatiekracht en de corioliskracht in rekening gebracht worden.



Figuur 15: Gravitatie en coriolis aanpassing

De aardversnelling is geen constante maar is positieafhankelijk. Dit kan in rekening gebracht worden door een terugkoppeling van je positie en een lookup-tabel i.p.v. een constante waarde voor \vec{g} te nemen.

Het laatste dat moet ingevuld worden in het inertiaal navigatieblok is de omzetting van \mathbf{a}^b naar \mathbf{a}^e .

$$\mathbf{a}^e = \mathbf{C}_b^e \mathbf{a}^b \quad (4.14)$$

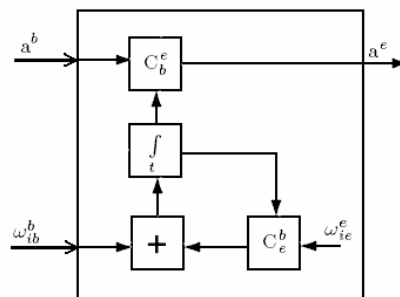
Gelijkaardig aan 4.4 geldt

$$\dot{\mathbf{C}}_b^e = \mathbf{C}_b^e \cdot \boldsymbol{\Omega}_{eb}^b \quad (4.15)$$

waarbij de elementen van de antisymmetrische matrix $\boldsymbol{\Omega}_{eb}^b$ als volgt kunnen bepaalt worden

$$\omega_{eb}^b = \omega_{ib}^b - \mathbf{C}_e^b \omega_{ie}^e \quad (4.16)$$

Dit leidt tot onderstaand blokdiagram.



Figuur 16: Omzetten van \mathbf{a}^b naar \mathbf{a}^e

4.4 Discretiseren van de navigatie vergelijkingen

De bovenstaande differentiaalvergelijkingen geven het INS algoritme in continu tijd weer. In werkelijkheid wordt gewerkt met bemonsterde waarden. Om het INS algoritme te implementeren moet er eerst een discretisatie gebeuren.

Allereerst wordt 4.13 omgezet naar een toestandsmodel. Wanneer de afgeleide van de afstandsvector wordt vervangen door de snelheidsvector volgt onderstaand toestandsmodel

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}\mathbf{u}(t) \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{p}}^{e^T} \\ \dot{\mathbf{v}}^{e^T} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}^{e^T} \\ \mathbf{v}^{e^T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{g}^e + \mathbf{C}_b^e \mathbf{a}^b - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}^e] \end{aligned} \quad (4.17)$$

De algemene oplossing van dit continu tijdsysteem wordt

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t) &= e^{\mathbf{A}(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{\mathbf{A}(t-t_0-\tau)} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \\ &= \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A} \cdot (t-t_0))^k}{k!} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t \left(\sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\mathbf{A} \cdot (t-t_0-\tau))^k}{k!} \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) \right) d\tau \end{aligned} \quad (4.18)$$

Om over te gaan naar een discrete oplossing worden t en t_0 vervangen door $(k+1)Ts$ respectievelijk kTs . Als Ts voldoende klein is kunnen de 2^{de} termen verwaarloosd worden

$$\begin{aligned} \mathbf{x}((k+1)Ts) &\approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}Ts) \mathbf{x}(kTs) + \int_{kTs}^{(k+1)Ts} (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts-\tau)) \mathbf{B}\mathbf{u}(\tau) d\tau \\ &\approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}Ts) \mathbf{x}(kTs) + \frac{2\mathbf{I}Ts + \mathbf{A}Ts^2}{2} \mathbf{B}\mathbf{u}(kTs) \\ &\approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}Ts) \mathbf{x}(kTs) + Ts \mathbf{B}\mathbf{u}(kTs) \end{aligned} \quad (4.19)$$

Bij het wegwerken van de integraal werd er vanuit gegaan dat $\mathbf{u}(\tau)$ constant is gedurende Ts .

Dit leidt tot volgend discrete tijd toestandsmodel

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}_d \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_d \mathbf{u}_k \\ \Leftrightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{p}_{k+1}^{e^T} \\ \mathbf{v}_{k+1}^{e^T} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{3 \times 3} & T_s \mathbf{I}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{p}_k^{e^T} \\ \mathbf{v}_k^{e^T} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ T_s \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot [\mathbf{g}^e + \mathbf{C}_b^e \mathbf{a}^b - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \mathbf{v}^e] \end{aligned} \quad (4.20)$$

Bovenstaande vergelijking moet in het INS systeem recursief worden uitgevoerd. Deze benadering zal slechts goede resultaten vertonen als de sample-periode voldoende klein is en de verhouding van de bemonsteringsfrequentie op de “*anti-aliasing*”-frequentie voldoende hoog is.

Ook vergelijking 4.15 moet gediscetiseerd worden. Op gelijkaardige manier wordt de algemene oplossing gevonden.

$$\mathbf{C}_b^e(t) = \mathbf{C}_b^e(t_0) e^{\boldsymbol{\Omega}_{eb}^b(t-t_0)} \quad (4.21)$$

Een mogelijke oplossing zou zijn om ook hier de exponent te vervangen door zijn 1^{ste} orde taylor expansie. Deze benadering leidt echter tot problemen omdat de orthogonaliteit van de matrix hierbij verloren kan gaan. Hier wordt dan ook gebruik gemaakt van de Padé-benadering die de orthogonaliteit zal behouden. Indien de bemonsteringstijd voldoende klein is zal ook hier de 1^{ste} orde benadering voldoende zijn.

$$\mathbf{C}_{b_{k+1}}^e = \mathbf{C}_{b_k}^e \left(2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} + \boldsymbol{\Omega}_{eb}^b \cdot T_s \right) \cdot \left(2 \cdot \mathbf{I}_{3 \times 3} - \boldsymbol{\Omega}_{eb}^b \cdot T_s \right)^{-1} \quad (4.22)$$

4.5 Foutenpropagatie

Het grote probleem bij een INS is de foutenpropagatie. Door de integratiebewerkingen stijgt de fout onbegrensd met de tijd. In wat volgt wordt een schatting gedaan van de propagatiefout a.d.h.v. de worst case waarden uit de datasheets van de accelero's en de gyro's.

De uitgang van de gyroscoop kan als volgt beschouwd worden

$$\omega_{output} = \omega_{input} + \delta\omega_{off} \quad (4.23)$$

Er zijn 3 soorten van offset-afwijkingen die moeten in acht genomen worden:

- Een vaste offset die slechts één maal moet gekalibreerd worden.
- Een constante die wijzigt iedere maal dat de sensor opgestart wordt (offset stabiliteit).
- Een offset drift

$$\delta\omega_{off} = \delta\omega_{cst} + \delta\omega_{opst} + \delta\omega_{rand} \quad (4.24)$$

De bias-drift na het opstarten wordt gemodelleerd als een “random walk”-proces

$$\frac{d}{dt} \delta\omega_{rand} = w(t) \quad (4.25)$$

hierbij is $w(t)$ witte ruis met gemiddelde nul en gekende standaard variatie.

Voor de gekozen gyroscoops geldt:

- Offset drift door temperatuur: +/- 15 °/sec
- Offset stabiliteit i.f.v. een afwijking op de voedingspanning: 37 °/sec/V. Aangezien de voeding een maximale afwijking van 250mV vertoont wordt dit maximaal 9,25 °/sec.
- Een uitgangsruis spectrale dichtheid van $0,03 \frac{°/sec}{\sqrt{Hz}}$.

Een praktische sensor bevat naast een additieve afwijking ook nog een multiplicatieve afwijking.

$$\begin{aligned}\omega_{output} &= S.\omega_{input} \\ &= (S_{cte} + S_{stab} + S_{drift}).\omega_{input}\end{aligned}\quad (4.26)$$

Ook hier kan de gevoeligheid verder opgesplitst worden in drie factoren.

De gekozen gyro heeft een gevoeligheidsdrift van maximum 5%.

Naast de afwijkingen in de gevoeligheid en de offset worden nog fouten geïnduceerd door een verkeerde opstelling van de assen. Er zijn 2 orthogonale foutcomponenten ten gevolge van een verkeerde opstelling. Voor kleine fouthoeken zijn deze componenten zo goed al orthogonaal aan de gewenste ingangsas en ze zorgen ervoor dat de gyroscoop gevoelig wordt aan de rotatiesnelheid in deze orthogonale richtingen. De kleine hoek-benadering van de fout wordt dan

$$\delta\omega_i \approx \omega_j \alpha_{ij} + \omega_k \alpha_{ik} \quad (4.27)$$

waarbij ω_i de gewenste rotatiecomponent is. ω_j is de rotatiecomponent orthogonaal met ω_i en α_{ij} is de afwijking (in radialen) t.o.v. ω_j .

Alle afwijkingen samen kunnen als volgt gecompenseerd worden

$$\begin{bmatrix} \omega_{i,input} \\ \omega_{j,input} \\ \omega_{k,input} \end{bmatrix} = \overline{\mathbf{M}}_{gyro} \left\{ \begin{bmatrix} \omega_{i,output} \\ \omega_{j,output} \\ \omega_{k,output} \end{bmatrix} - \mathbf{\omega}_{off} \right\} \quad (4.28)$$

waarbij $\overline{\mathbf{M}}_{gyro}$ (3 x 3) zowel de gevoeligheid als de opstellingsafwijking bevat.

Op dezelfde manier kan het error-model afgeleid worden voor de accelerometers.

$$\begin{bmatrix} a_{i,input} \\ a_{j,input} \\ a_{k,input} \end{bmatrix} = \overline{\mathbf{M}}_{acc} \left\{ \begin{bmatrix} a_{i,output} \\ a_{j,output} \\ a_{k,output} \end{bmatrix} - \mathbf{a}_{off} \right\} \quad (4.29)$$

Het compenseren komt overeen met het zoeken van de beste waarden voor $\overline{\mathbf{M}}_{acc}$ en voor \mathbf{a}_{off} . De constante waarden van de compensatieparameters kunnen gevonden worden door kalibratie. Na het bepalen van de constante, wordt de fout in het e -frame:

$$\delta \mathbf{a}^i \approx \mathbf{C}_b^i \cdot \frac{\partial \mathbf{a}_{comp}}{\partial \mathbf{p}_{acc.comp}} \cdot \delta \mathbf{p}_{acc.comp} \quad (4.30)$$

waarbij

$$\mathbf{p}_{acc.comp} = [a_{1,off} \quad a_{2,off} \quad a_{3,off} \quad m_{a11} \quad m_{a12} \quad m_{a13} \quad m_{a21} \quad m_{a22} \quad m_{a23} \quad m_{a31} \quad m_{a32} \quad m_{a33}]^T$$

en

$$\frac{\partial \mathbf{a}_{comp}}{\partial \mathbf{p}_{acc.comp}} = \begin{bmatrix} -m_{a11} & -m_{a21} & -m_{a31} \\ -m_{a12} & -m_{a22} & -m_{a32} \\ -m_{a13} & -m_{a23} & -m_{a33} \\ a_{1,output} - a_{1,off} & 0 & 0 \\ a_{2,output} - a_{2,off} & 0 & 0 \\ a_{3,output} - a_{3,off} & 0 & 0 \\ 0 & a_{1,output} - a_{1,off} & 0 \\ 0 & a_{2,output} - a_{2,off} & 0 \\ 0 & a_{3,output} - a_{3,off} & 0 \\ 0 & 0 & a_{1,output} - a_{1,off} \\ 0 & 0 & a_{2,output} - a_{2,off} \\ 0 & 0 & a_{3,output} - a_{3,off} \end{bmatrix}^T$$

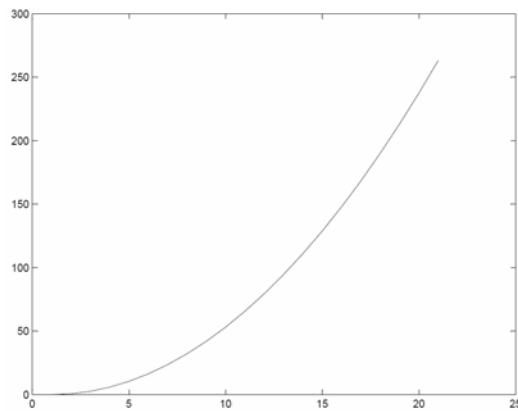
$\delta \mathbf{p}_{acc.comp}$ bevat de compensatiefouten (random walk en witte ruis component).

De snelheids-en positiefout, t.g.v. de compensatiefouten van de accelerometer, in functie van de tijd worden gegeven door

$$\delta \mathbf{v}^i(t) \approx \delta \mathbf{v}^i(t_0) + \int_{t_0}^t \mathbf{C}_i^b(\tau) \cdot \frac{\partial \mathbf{a}_{comp}}{\partial \mathbf{p}_{acc.comp}}(\tau) \cdot \delta \mathbf{p}_{acc.comp} d\tau \quad (4.31)$$

$$\delta \mathbf{x}^i(t) \approx \delta \mathbf{x}^i(t_0) + (t - t_0) \delta \mathbf{v}^i(t_0) + \iint_{t_0}^t \mathbf{C}_i^b(\tau) \cdot \frac{\partial \mathbf{a}_{comp}}{\partial \mathbf{p}_{acc.comp}}(\tau) \cdot \delta \mathbf{p}_{acc.comp} d\tau \quad (4.32)$$

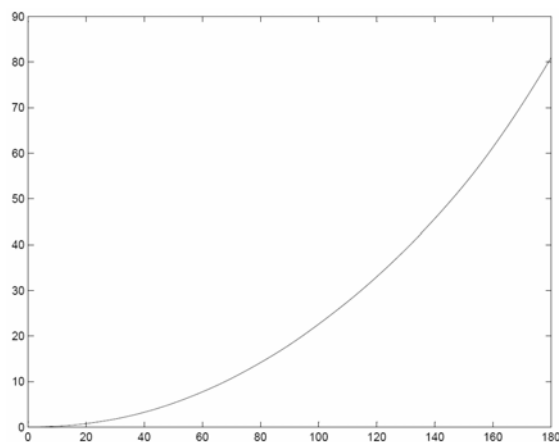
Ook bij de omzetting van het *b*-frame naar het *i*-frame worden fouten geïntroduceerd. Onderstaande figuur geeft de totale foutenpropagatie aan bij een worst case model afgeleid uit de datasheets.



Figuur 17: Gesimuleerde foutenpropagatie: x-as in s, y-as in m

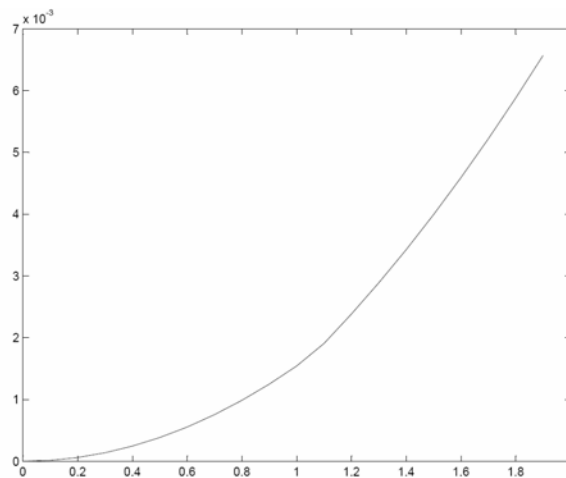
De dubbele integratie in 4.32 zorgt voor een kwadratisch verloop van de positiefout. Dit “worst case”-model geeft aan dat de INS alleen niet bruikbaar is, hoewel de werkelijke INS-fouten propagatie ver beneden deze worst case grens zit. Het geeft echter ook aan dat voor één seconde de worst case bovengrens binnen de 5cm ligt.

Via modellen van de sensoren is het eenvoudig om de totale foutenpropagatie te bepalen. Praktisch is dit niet mogelijk. Het is wel eenvoudig om de invloed van de bias-drift op te meten. Uit de simulaties is gebleken dat deze verantwoordelijk is voor de grootste fout.



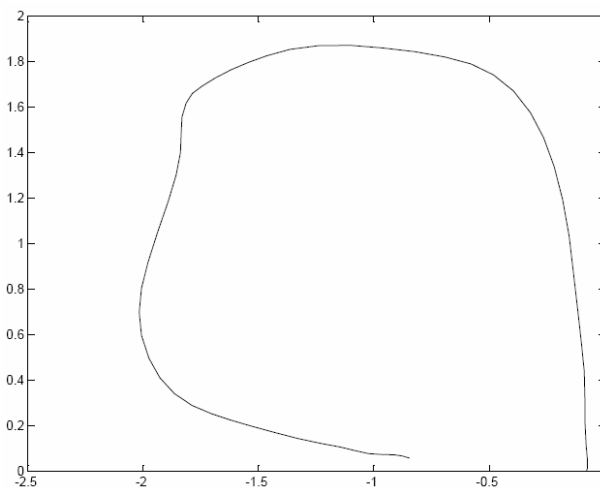
Figuur 18: Opgemeten positiefout t.g.v. bias-drift

Na drie minuten zorgt de bias-drift voor een fout van 80m. Op korte termijn worden fouten vastgesteld in de orde van millimeters.



Figuur 19: Opgemeten positiefout t.g.v. bias-drift

De foutenpropagatie zorgt ervoor dat met de INS alleen, moeilijk metingen kunnen gedaan worden. Onderstaande figuur toont de informatie van de INS die rond een obstakel (1,5m op 1,2m) werd verplaatst. Begin en eindpunt zouden moeten samenvallen. Door de foutenpropagatie is dit hier duidelijk niet het geval.



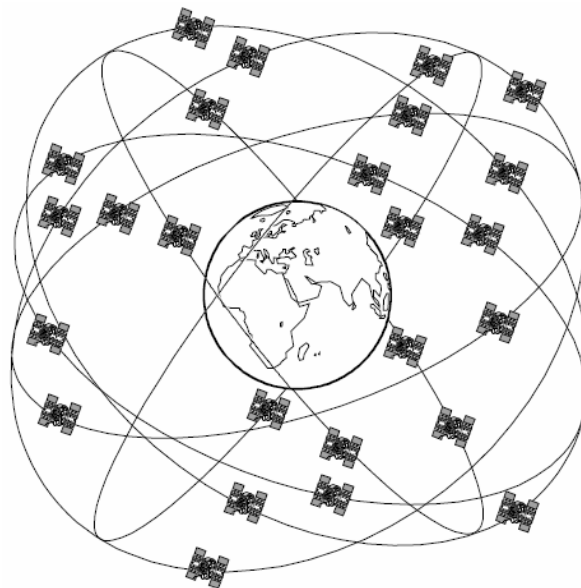
Figuur 20: Meting van de INS

Hoofdstuk V

Global positioning system

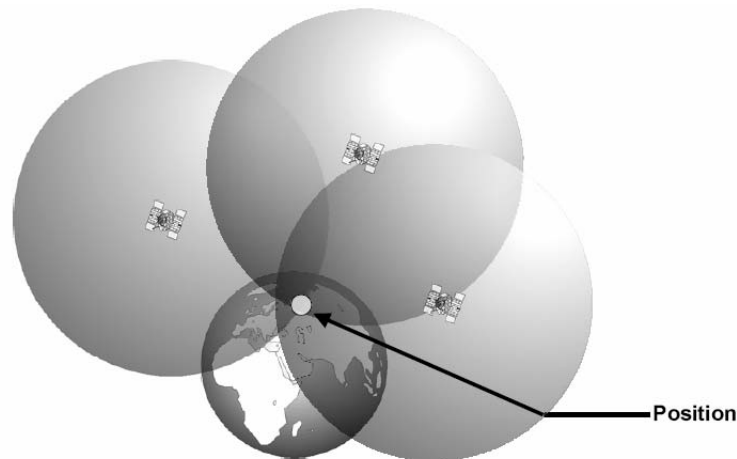
5.1 Principe

Het GPS systeem telt 28 satellieten. Elk van deze satellieten bevat meerdere atoomklokken. De satellieten zenden een signaal (1575,42Mhz) uit, die o.a. de tijd en hun exacte positie bevatten. Om de afstand tussen de satelliet en de ontvanger te bepalen dienen nog twee zaken gekend te zijn, namelijk de snelheid waarmee het signaal propageert, deze is ongeveer de lichtsnelheid, en de exacte tijd waarop het signaal ontvangen wordt.



Figuur 21: GPS –satellieten

Indien de tijd bij de ontvanger perfect kan opgemeten worden kan met behulp van drie satellieten de positie bepaald worden. Dit wordt weergegeven in onderstaande figuur waarbij de straal van de bol gelijk is aan de berekende afstand tussen satelliet en ontvanger.

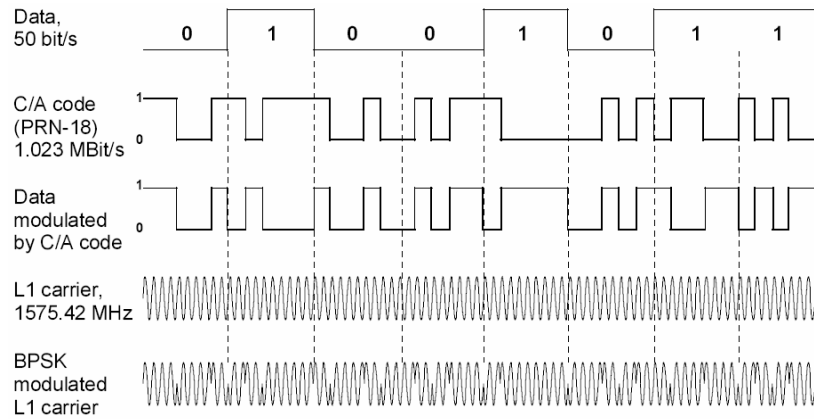


Figuur 22: Positie bepaling via GPS

Bovenstaande redenering werkt enkel wanneer de ontvanger over een zeer precieze klok beschikt, die synchroon loopt met de klok in de satelliet. Dit is echter niet het geval. De satellieten lopen wel synchroon met elkaar. De fout tussen ontvanger en één van de satellieten is daardoor representatief voor alle satellieten. Naast de drie positie-onbekenden volgt er dus één nieuwe onbekende, namelijk de tijdfout. Om vier onbekenden te vinden zijn vier lineair onafhankelijke vergelijkingen nodig. Daarom worden de 28 satellieten zo opgesteld dat er overal ter wereld minstens vier satellieten “zichtbaar” zijn.

5.2 GPS-navigatie boodschap

Het minimum vermogen van het signaal aan ontvangerszijde mag niet beneden de -160dBW vallen. Om dit te kunnen verzekeren zendt de satelliet uit met een vermogen van 21,9W. Alle satellieten beschikken over een draaggolf van 1575,42 Mhz. Om een onderscheid te maken genereert ieder van de 28 satellieten een unieke “*Pseudo Random Noise Code*” bestaande uit 1023 nullen en enen per ms. De data wordt aan 50 bit/s gegenereerd. Via een *XOR*-operatie wordt de data op de PRN code gemoduleerd.

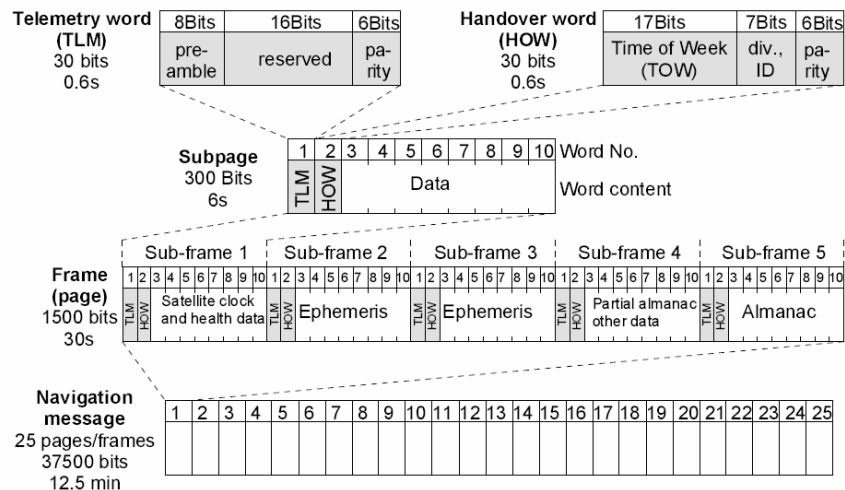


Figuur 23: Generatie uitgangssignaal

Het uitgezonden signaal is *BPSK*-gemoduleerd.

Aan ontvangerszijde worden vier signalen gegenereerd die gelijkaardig zijn als deze van de vier satellieten. Door deze signalen te synchroniseren kunnen de vier Δt 's bepaald worden. Aan de hand van deze vier tijdsverschuivingen kan de transitietijd bepaald worden.

De data die aan 50 bit/s wordt gegenereerd bevat de navigatieboodschap. Deze bestaat uit tijd-en klokcorrectiewaardes, nauwkeurige data van zijn eigen baan (ephemeris), benaderde gegevens van de overige satellieten (almanac),...

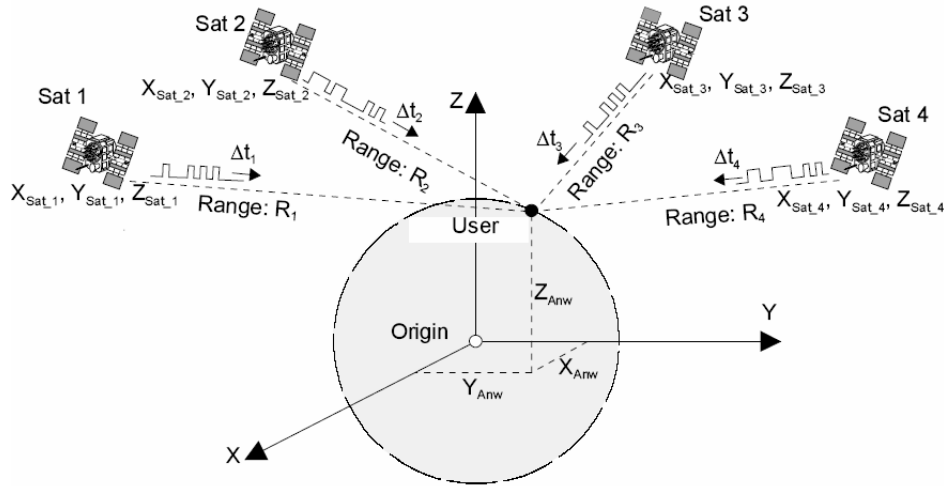


Figuur 24: GPS-Navigatie boodschap

Het doorsturen van de volledige almanak duurt 12,5min en een GPS ontvanger moet deze minstens één keer ontvangen hebben om te kunnen werken.

5.3 Positie bepaling

Zoals in 5.1 al reeds werd aangehaald wordt de positie bepaald a.d.h.v. vier satellieten.



Figuur 25: Positie bepaling via GPS

Hierbij geldt

$$\begin{aligned}
 PSR &= \Delta t_{measured} \cdot c \\
 &= (\Delta t + \Delta t_0) \cdot c \\
 &= R + \Delta t_0 \cdot c
 \end{aligned}
 \tag{5.1}$$

waarbij PSR staat voor pseudo-range en Δt_0 het verschil aangeeft tussen de satellietklok en de ontvangerklok.

Aangezien

$$R_i = \sqrt{(X_{sat_i} - X_{user})^2 + (Y_{sat_i} - Y_{user})^2 + (Z_{sat_i} - Z_{user})^2}
 \tag{5.2}$$

volgt hieruit dat

$$PSR_i = \sqrt{(X_{sat_i} - X_{user})^2 + (Y_{sat_i} - Y_{user})^2 + (Z_{sat_i} - Z_{user})^2} + c \cdot \Delta t_0
 \tag{5.3}$$

Om deze niet-lineaire vergelijkingen op te lossen wordt de eerste-orde-taylor expansie ($f(x) = f(x_0) + f'(x_0) \cdot \Delta x$) toegepast. In eerste instantie worden willekeurige posities gekozen.

$$\begin{aligned}
X &= Xg + \Delta x \\
Y &= Yg + \Delta y \\
Z &= Zg + \Delta z
\end{aligned} \tag{5.4}$$

waarbij Xg staat voor de gekozen waarde van X . Wanneer Rg bepaald wordt als in 5.2 worden de pseudo-ranges gegeven door

$$\begin{aligned}
PSR_i &= Rg_i + \frac{\partial Rg_i}{\partial x} \cdot \Delta x + \frac{\partial Rg_i}{\partial y} \cdot \Delta y + \frac{\partial Rg_i}{\partial z} \cdot \Delta z + c \cdot t_0 \\
&= Rg_i + \frac{Xg - Xsat_i}{Rg_i} \cdot \Delta x + \frac{Yg - Ysat_i}{Rg_i} \cdot \Delta y + \frac{Zg - Zsat_i}{Rg_i} \cdot \Delta z + c \cdot t_0
\end{aligned} \tag{5.5}$$

De vier onbekenden volgen dan uit volgende vergelijking

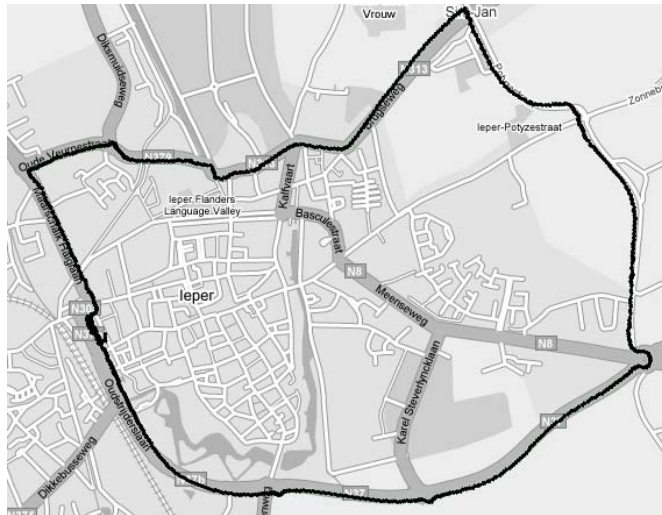
$$\begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta t_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Xg - Xsat_1}{Rg_1} & \frac{Yg - Ysat_1}{Rg_1} & \frac{Zg - Zsat_1}{Rg_1} & c \\ \frac{Xg - Xsat_2}{Rg_2} & \frac{Yg - Ysat_2}{Rg_2} & \frac{Zg - Zsat_2}{Rg_2} & c \\ \frac{Xg - Xsat_3}{Rg_3} & \frac{Yg - Ysat_3}{Rg_3} & \frac{Zg - Zsat_3}{Rg_3} & c \\ \frac{Xg - Xsat_4}{Rg_4} & \frac{Yg - Ysat_4}{Rg_4} & \frac{Zg - Zsat_4}{Rg_4} & c \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} PSR_1 - Rg_1 \\ PSR_2 - Rg_2 \\ PSR_3 - Rg_3 \\ PSR_4 - Rg_4 \end{bmatrix} \tag{5.6}$$

Door nu vervolgens 5.4 en 5.6 iteratief te doorlopen wordt de correcte positie gevonden.

Meer informatie kan teruggevonden worden in [4].

5.4 GPS-Meting

Om de GPS te testen werd er met de wagen een testrit uitgevoerd. De EFEC-coördinaten werden meteen gemapped op een kaart. Afwijkingen die er zijn tussen het door de GPS aangegeven parcours en de route op de kaart zijn vooral te wijden aan de projectie van de kaart zelf.



Figuur 26: GPS positiemeting

Hoofdstuk VI

Kalman filtering

In dit hoofdstuk wordt de foutenpropagatie zoals besproken in 4.5 tegengegaan door gebruik te maken van de GPS metingen en een extended kalman filter (zoals beschreven in [5] en [2]). Omdat de GPS posities in het e -frame weergegeven worden is het vereist om eerst de navigatiefouten door te rekenen naar dit frame. In dit hoofdstuk worden de foutmodellen van de sensoren sterk vereenvoudigd. De aandacht gaat vooral naar het compenseren van de sensor bias. Deze zorgt, zoals reeds eerder aangehaald, voor de grootste foutenpropagatie.

6.1 ECEF foutenmodel

Om de INS-fouten te kunnen corrigeren aan de hand van de GPS-metingen is het nodig om de INS-foutoorzaken door te rekenen naar grootheden die ook door de GPS worden opgemeten (ECEF positie en versnelling). Hierbij wordt vertrokken van vergelijking 4.13

$$\ddot{\mathbf{p}}^e = \mathbf{g}^e + \mathbf{C}_b^e \mathbf{a}^b - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e \dot{\mathbf{p}}^e \quad (6.1)$$

Wanneer de fouten in rekening worden gebracht leidt dit tot

$$\ddot{\mathbf{p}}^e - \delta\ddot{\mathbf{p}}^e = \mathbf{g}^e - \delta\mathbf{g}^e + (1 - \boldsymbol{\Omega}_\varepsilon) \mathbf{C}_b^e (\mathbf{a}^b - \delta\mathbf{a}^b) - 2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e (\dot{\mathbf{p}}^e - \delta\dot{\mathbf{p}}^e) \quad (6.2)$$

waarbij

$$\boldsymbol{\Omega}_\varepsilon = \begin{bmatrix} 0 & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & 0 & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (6.3)$$

Deze matrix bevat de fouthoeken tussen het werkelijke en het berekende frame. Na vereenvoudiging en verwaarlozing van tweede-orde-termen volgt

$$\delta\dot{\mathbf{p}}^e = \delta\mathbf{g}^e + \mathbf{\Omega}_\varepsilon \mathbf{a}^e + \mathbf{C}_b^e \delta\mathbf{a}^b - 2\mathbf{\Omega}_{ie}^e \delta\dot{\mathbf{p}}^e \quad (6.4)$$

Door de fouthoeken wordt vergelijking 4.15 uitgedrukt als

$$(\mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_\varepsilon) \dot{\mathbf{C}}_b^e - \dot{\mathbf{\Omega}}_\varepsilon \mathbf{C}_b^e = (\mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_\varepsilon) \mathbf{C}_b^e \mathbf{\Omega}_{eb}^b - (\mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_\varepsilon) \mathbf{C}_b^e \delta\mathbf{\Omega}_{eb}^b \quad (6.5)$$

Na vereenvoudiging en de benadering $\mathbf{I} - \mathbf{\Omega}_\varepsilon \approx \mathbf{I}$ volgt

$$\dot{\mathbf{\Omega}}_\varepsilon = \mathbf{C}_b^e \delta\mathbf{\Omega}_{eb}^b \mathbf{C}_e^b \quad (6.6)$$

De matrices $\mathbf{\Omega}_{eb}^b$ en $\mathbf{\Omega}_\varepsilon$ zijn de antisymmetrische matrices van vector ω_{eb}^b respectievelijk ε .

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{C}_b^e \delta\omega_{eb}^b \quad (6.7)$$

De hoeksnelheidsfout bevat de meetfout van de gyro's en de afwijking van de aardrotatiesnelheid in het b -frame.

$$\delta\omega_{eb}^b = \delta\omega_{ib}^b - \delta\omega_{ie}^b \quad (6.8)$$

De aardrotatie is perfect gekend in het e -frame. In het b -frame is dit, door de fout tussen de werkelijke en de berekende rotatiematrix, niet meer het geval.

$$\delta\omega_{ie}^b = \mathbf{C}_e^b \mathbf{\Omega}_{ie}^e \varepsilon \quad (6.9)$$

De uiteindelijke afwijking wordt gegeven door

$$\dot{\varepsilon} = \mathbf{C}_b^e \delta\omega_{ib}^b - \mathbf{\Omega}_{ie}^e \varepsilon \quad (6.10)$$

Samen met 6.4 leidt dit tot

$$\begin{bmatrix} \delta\ddot{\mathbf{p}}^e \\ \dot{\varepsilon} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \delta\mathbf{g}^e - \varepsilon \mathbf{A}^e + \mathbf{C}_b^e \delta\mathbf{a}^b - 2\mathbf{\Omega}_{ie}^e \delta\dot{\mathbf{p}}^e \\ \mathbf{C}_b^e \delta\omega_{ib}^b - \mathbf{\Omega}_{ie}^e \varepsilon \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

waarbij

$$\mathbf{A}^e = \begin{bmatrix} 0 & -a_z^e & a_y^e \\ a_z^e & 0 & -a_x^e \\ -a_y^e & a_x^e & 0 \end{bmatrix} \quad (6.12)$$

Vergelijking 6.11 kan geschreven worden als een toestandsmodel. Hierbij wordt in acht genomen dat de afgeleide van de positiefoutvector de snelheidsfoutvector is.

$$\delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\delta \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t) \quad (6.13)$$

waarbij

$$\delta \mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \delta \mathbf{p}^{eT} & \delta \mathbf{v}^{eT} & \boldsymbol{\varepsilon}^T & \delta \mathbf{a}_{OFF}^{bT} & \delta \omega_{ibOFF}^{bT} \end{bmatrix}^T \quad (6.14)$$

De matrix A heeft de foutenpropagatie weer zoals beschreven in 6.11

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & -\mathbf{A}^e & \mathbf{C}_b^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^e \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \quad (6.15)$$

Matrix $\mathbf{u}(t)$ geeft aan dat er naast de offset-fout ook een additieve gaussiaanse ruis aanwezig is.

$$\begin{aligned} \delta \mathbf{a}^b &= \delta \mathbf{a}_{OFF}^b + \mathbf{w}_a \\ \delta \omega_{ib}^b &= \delta \omega_{ibOFF}^b + \mathbf{w}_\omega \end{aligned} \quad (6.16)$$

Vergelijking 6.13 wordt dan als volgt ingevuld

$$\begin{bmatrix} \delta \dot{\mathbf{p}}^{eT} \\ \delta \dot{\mathbf{v}}^{eT} \\ \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^T \\ \delta \dot{\mathbf{a}}_{OFF}^{bT} \\ \delta \dot{\omega}_{ibOFF}^{bT} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & -2\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & -\mathbf{A}^e & \mathbf{C}_b^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & -\boldsymbol{\Omega}_{ie}^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^e \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{p}^{eT} \\ \delta \mathbf{v}^{eT} \\ \boldsymbol{\varepsilon}^T \\ \delta \mathbf{a}_{OFF}^{bT} \\ \delta \omega_{ibOFF}^{bT} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{C}_b^e & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{C}_b^e \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{0}_{3 \times 3} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{w}_a \\ \mathbf{w}_\omega \end{bmatrix} \quad (6.17)$$

6.2 Discretiseren van het foutenmodel

Net als de navigatievergelijkingen in hoofdstuk 4 moet ook hier het foutenmodel omgezet worden naar differentievergelijkingen. Uit 6.13 volgt dat

$$\delta \mathbf{x}((k+1).Ts) \approx (\mathbf{I} + \mathbf{A}.Ts) \delta \mathbf{x}(k.Ts) + \int_{k.Ts}^{(k+1).Ts} (\mathbf{I} + \mathbf{A}.(Ts - \tau)) \cdot \mathbf{B} \cdot \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (6.18)$$

Bij het toestandsmodel van de navigatievergelijkingen werd vervolgens de integraal weggewerkt door te veronderstellen dat $\mathbf{u}(\tau)$ constant is gedurende de bemonsteringsperiode. Dit is nu niet het geval aangezien $\mathbf{u}(\tau)$ hoogfrequente ruis voorstelt. \mathbf{u}_{d_k} kan niet exact bepaalt worden. De co-variantie matrix kan wel bepaalt worden

$$\mathbf{Q}_{d_k} = \text{diag}(0 \quad 0 \quad 0 \quad \sigma_{a_x}^2 \quad \sigma_{a_y}^2 \quad \sigma_{a_z}^2 \quad \sigma_{\omega_x}^2 \quad \sigma_{\omega_y}^2 \quad \sigma_{\omega_z}^2 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0) \quad (6.19)$$

6.3 Combinatie van GPS en INS

In vergelijking 5.6 werd aangegeven hoe de GPS komt tot zijn ECEF-positie. Naast de plaatsbepaling levert de GPS-module ook een ECEF-snelheidsvector. Gebruik maken van deze informatie binnen de kalman filter leidt tot de eenvoudigste oplossing³.

De vector $\delta\mathbf{y}$ zal gebruikt worden om het verschil aan te geven tussen de GPS en de INS data.

$$\delta\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \delta\mathbf{x}_k + \mathbf{w}_{d_k} \quad (6.20)$$

\mathbf{H} is de toestandobservatiematrix en is hier eenvoudig, aangezien GPS en INS dezelfde grootheden opmeten.

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_{6 \times 6} \quad \mathbf{0}_{6 \times 9}] \quad (6.21)$$

De ruisfactor \mathbf{w} geeft de GPS-meetfouten weer.

Nu kunnen beide systemen gecombineerd worden aan de hand van een extended kalman filter. Hiervoor wordt de vector \mathbf{z} ingevoerd. Deze bevat de navigatie-uitgangsdata nl.: de ECEF-positie, de ECEF-snelheid en de Euler-hoeken.

$$\mathbf{z}_k = [\mathbf{p}_k^{e^T} \quad \mathbf{v}_k^{e^T} \quad \boldsymbol{\theta}_k^T]^T \quad (6.22)$$

De vector \mathbf{z} kan dan als volgt recursief berekend worden

$$\mathbf{z}_{k+1} = f(\mathbf{z}_k, \mathbf{a}_k) + \mathbf{u}_k' \quad (6.23)$$

De vector \mathbf{a} bevat de versnellingen en hoeksnelheden in het b -frame. Vector \mathbf{u} bevat de reeds eerder besproken ruis. De functie $f(\mathbf{z}, \mathbf{a})$ bevat de INS vergelijkingen zoals besproken in hoofdstuk 4.

³ Een nauwkeurigere oplossing kan bekomen worden door gebruik te maken van de Pseudorange en een foutmodel gebaseerd op de in hoofdstuk 5 besproken formules.

Het kalman filter zal nu de meest geschikte waarde voor \mathbf{z} bepalen. Het afleiden van het kalman filter zelf valt buiten de scope van deze thesis vandaar wordt meteen de oplossing weergegeven. De afleiding van het filter kan gevonden worden in [5].

Het filter zal de GPS en de INS data zo goed mogelijk combineren. Daartoe wordt een kalman versterking (\mathbf{K}) uitgerekend. Deze zal bepalen hoeveel de opgemeten GPS data zal doorwegen bij het bepalen van de afwijkingen. Deze versterking wordt bepaald uit de co-variantie matrix \mathbf{P} . Het is bij het bepalen van deze matrix dat het foutenmodel, die eerder dit hoofdstuk werd afgeleid, zal toegepast worden.

Geen GPS⁴:

$$\mathbf{a}_k^- = \tilde{\mathbf{a}}_k + \delta \mathbf{a}_k^- \quad (6.24)$$

$$\mathbf{z}_{k+1}^- = f(\mathbf{z}_k^-, \mathbf{a}_k^-) \quad (6.25)$$

$$\delta \mathbf{a}_{k+1}^- = (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k).Ts)_{10:15 \times 10:15} \delta \mathbf{a}_k^- \quad (6.26)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k).Ts) \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k).Ts)^T + \mathbf{Q}_{d,k} \quad (6.27)$$

Wel GPS:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1} \quad (6.28)$$

$$\begin{bmatrix} \delta \mathbf{z}_k \\ \delta \mathbf{a}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{9 \times 1} \\ \delta \mathbf{a}_k^- \end{bmatrix} + \mathbf{K}_k \left[\tilde{\mathbf{y}}_k - \mathbf{H}_k \begin{bmatrix} \mathbf{z}_k^- \\ \mathbf{0}_{6 \times 1} \end{bmatrix} \right] \quad (6.29)$$

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{z}_k^- + \delta \mathbf{z}_k \quad (6.30)$$

$$\mathbf{a}_k = \tilde{\mathbf{a}}_k + \delta \mathbf{a}_k \quad (6.31)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k \mathbf{P}_k^- \quad (6.32)$$

$$\mathbf{z}_{k+1}^- = f(\mathbf{z}_k, \mathbf{a}_k) \quad (6.33)$$

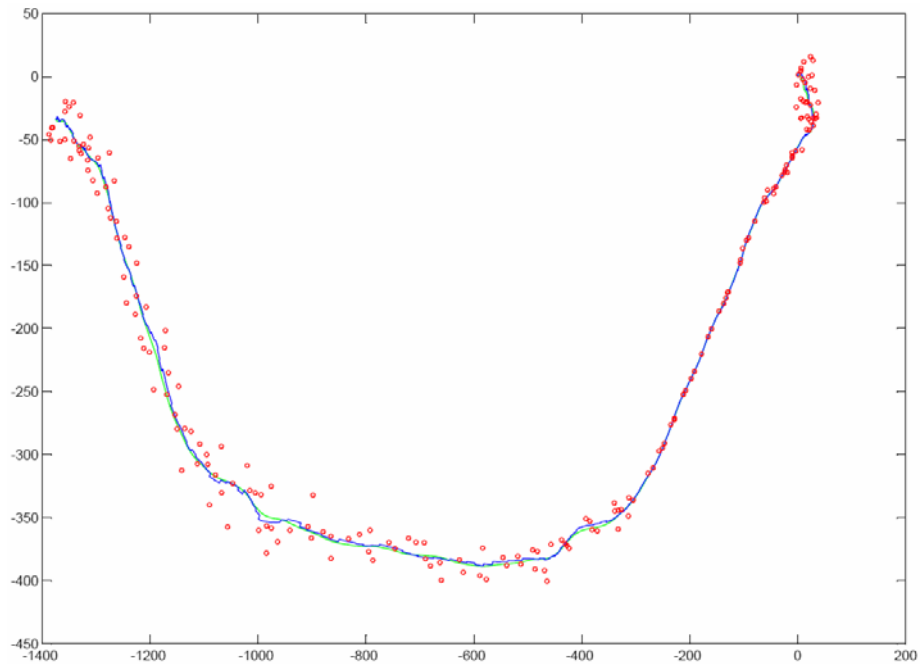
$$\delta \mathbf{a}_{k+1}^- = (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)_{10:15 \times 10:15} \delta \mathbf{a}_k \quad (6.34)$$

$$\mathbf{P}_{k+1}^- = (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts) \cdot \mathbf{P}_k^- \cdot (\mathbf{I} + \mathbf{A}(Ts.k)Ts)^T + \mathbf{Q}_{d,k} \quad (6.35)$$

⁴ X^- duidt erop dat het een voorspelde waarde is. \tilde{X} geeft een opgemeten waarde aan

De net afgeleide kalman filter werd getest op de INS en GPS modellen. Dit heeft als voordeel dat de werkelijke waarde kan vergeleken worden met de gefilterde.

Om de werking van de filter duidelijk te maken werd voor het GPS-model een relatief grote ruisfactor aangenomen.



Figuur 27: GPS, kalman uitgang en werkelijk traject

De volgende tabel geeft de gemiddelde en maximale positiefout weer. Door de INS te combineren met de GPS wordt duidelijk een beter resultaat gekregen dan de GPS alleen.

	Mean error [m]	Max error [m]
GPS	11.6863	40.6268
Kalman	1.6002	5.9530

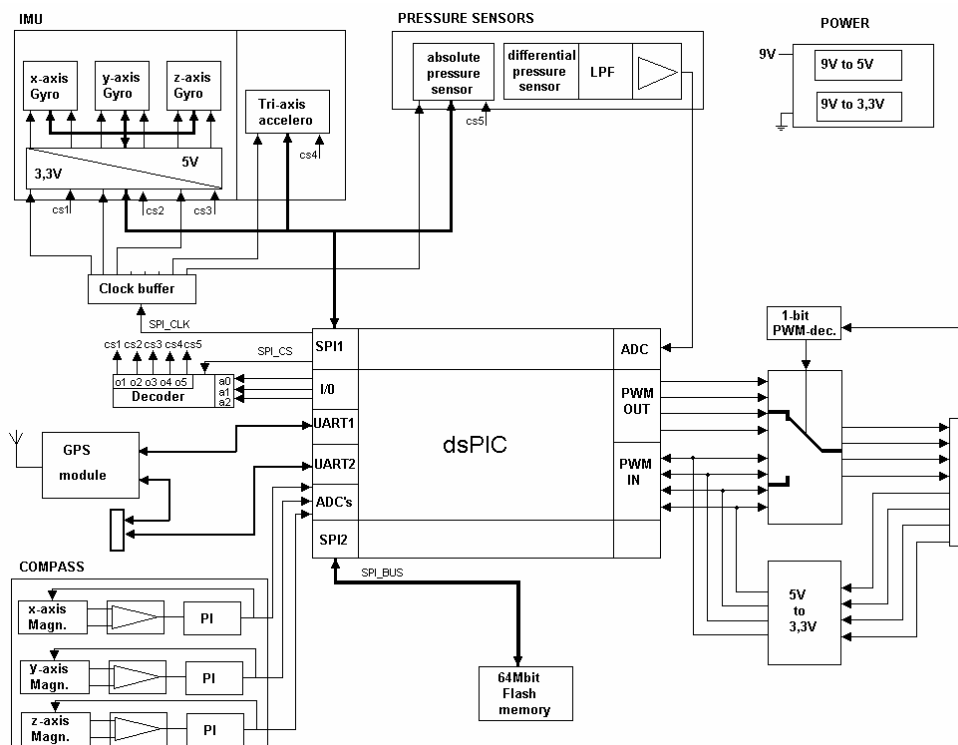
Tabel 1: Positiefout

Hoofdstuk VII

Hardware

7.1 Blokschema

Het blokschema van het ontwikkelde board wordt hieronder weergegeven. De centrale component is een 16-bit microcontroller (dsPIC) die via SPI verbonden is met het 64Mbit Flash-geheugen.



Figuur 28: Blokschema

Het vermogenblok moet ervoor zorgen dat het volledige board beschikt over al de nodige spanningen: 9V, 5V en 3,3V. Fouten of ruis op deze spanningen zorgen voor foute uitlezingen van de sensoren.

Met de gekozen stabilisatoren worden de uitgangspanningen:

- $(5 \pm 0.05)V + w(t).30\mu V$
- $(3,3V \pm 0.033)V + w(t).136\mu V$

De dsPIC beschikt over een PWM I/O-module. Deze module wordt via een connector naar buiten gebracht om in een later stadium te kunnen gebruiken⁵. Via een multiplexer is het mogelijk om PWM-signalen komende van de dsPIC of van de connector naar de uitgang door te sturen. Het signaal die de positie van de multiplexer kiest is zelf een PWM-signaal. Dit signaal moet eerst gedecodeerd worden alvorens het aan de multiplexer te leveren. Meer uitleg over deze 1-bit PWM decoder volgt in het deel “*Analoge schakelingen*”.

Alle sensoren moeten worden binnengelezen in de dsPIC, daar worden de signalen verwerkt en vervolgens naar buiten gebracht via één van de UART-modules. Met behulp van het RS-232 communicatieprotocol worden de gegevens naar de PC overgemaakt.

De meeste sensoren zenden hun data naar de dsPIC via SPI. Het voordeel hiervan is dat de data reeds digitaal is zodat de informatie komende van de sensoren perfect overgenomen wordt in de dsPIC.

Enkele sensoren, de magnetische veld sensoren en de differentiële druksensor, beschikken niet over een SPI-interface. De uitgangsspanningen van deze sensoren worden verbonden met de ADC-modules van de dsPIC. Er moet voor gezorgd worden dat de uitgangsspanningsvariatie een zo groot mogelijk deel van het bereik van de ADC-ingang bestrijkt en ongewenste hoogfrequente signalen moeten onderdrukt worden.

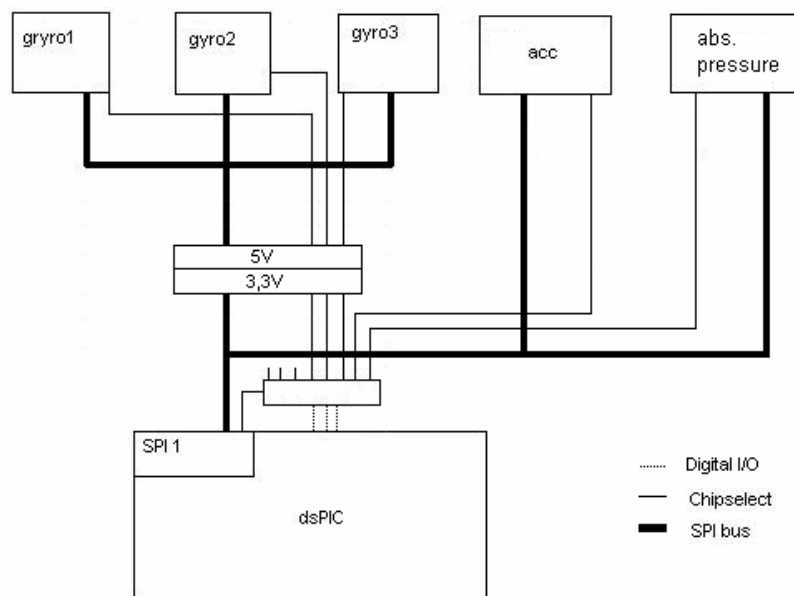
Om het magnetisch veld met voldoende nauwkeurigheid binnen te lezen is nog wat meer nodig. De circuits die nodig zijn om de analoge uitgangen van deze sensoren correct binnen te lezen vind je terug in het deel “*Analoge schakelingen*”.

⁵ Om de uitbreiding van IRS naar autopiloot te verwezenlijken. Dit valt echter buiten de scope van deze thesis

De GPS-module beschikt over een UART. Via een “*transmit*” en een “*receive*”-lijn communiceert deze module met de dsPIC. Met behulp van een tweede UART wordt de GPS-data ook meteen naar de uitgangconnector gestuurd. Op deze manier kunnen de GPS-signalen meteen in een PC binnengelezen worden.

7.2 SPI-bus

De dsPIC beschikt over twee SPI-modules. Eén ervan wordt gebruikt om te schrijven in, en te lezen uit, het flash-geheugen. De tweede moet communiceren met de gyro’s, accelero en de absolute druk sensor. In totaal zijn er vijf slave’s waarvan er twee gevoed worden met 3,3V en drie met 5V.



Figuur 29: SPI-bus

De gyro’s, die gevoed worden op 5V, kunnen niet zomaar op de SPI bus aangesloten worden. De dsPIC en de andere SPI-sensoren zijn maar bestendig tegen een spanning van 3,3V. Ook is het niet zeker dat een “hoog”-niveau gestuurd door de dsPIC ook als hoog zal gedetecteerd worden door de gyro’s.

Er is een bidirectionele omzetting nodig tussen de 5V en de 3,3V. Dit gebeurt a.d.h.v. twee dezelfde IC’s uit de 74-reeks, met dat verschil dat voor de omzetting van 5V naar 3,3V een IC uit de LCX-reeks genomen wordt en voor

de omzetting van 3,3V naar 5V een IC uit de HCT-reeks. De LCX-reeks wordt gevoed met 3,3V maar beschikt over 5V tolerante inputs. De HCT-reeks wordt gevoed met 5V en is TTL-compatible aan de ingang, met een lage V_{IH} ($\frac{+}{-} 2V$) tot gevolg.

De SPI-module beschikt slechts over één chipselect. Om te kunnen kiezen tussen de vijf slaves is er bijkomende logica nodig. De chipselect wordt gestuurd naar de enable van een 1-uit-8 decoder. Met behulp van drie I/O lijnen komende van de dsPIC kunnen nu tot acht verschillende slaves aangeduid worden.

Op het blokschema is te zien dat ook de klok komende van de SPI-interface niet meteen verbonden wordt met de 3,3V-sensoren of de 3,3V-naar-5V omzetter. De klok wordt eerst binnengenomen in een klokbuffer en deze stuurt de 5 belastingen afzonderlijk aan. Dit zorgt ervoor dat de capacitieve belasting van de kloklijn beperkt blijft.

Wegens de lage frequentie van de SPI-klok, zou het weglaten van de klokbuffer geen problemen geven. De dsPIC kan een 10Mhz SPI-klok uitsturen maar deze frequentie is te hoog voor de sensoren. De gyro's ondersteunen een klok van 6,15 Mhz, terwijl de druksensor en de accelerometer slecht een 1Mhz klok ondersteund. De SPI-klok zal hierdoor beperkt blijven tot 1Mhz.

7.3 Analoge schakelingen

Zoals reeds eerder werd aangehaald kunnen de meeste sensoren via de SPI-bus worden verbonden met de dsPIC. Ook de GPS-interface en de Flash-IC kunnen op eenvoudige wijze met de dsPIC communiceren.

Voor de sensoren met analoge uitgang wordt het iets ingewikkelder. In dit hoofdstuk worden de circuits die nodig zijn om deze sensoren binnen te lezen van naderbij bekeken. Ook de 1-bit PWM-decoder zal hier wat meer in detail besproken worden.

7.3.1 Regelkring rond de magnetische veld sensoren

De magnetische veldsensoren leveren aan de uitgang een spanning evenredig met het opgemeten veld. De gevoeligheid waarmee dit gebeurt is gelijk aan $16 \frac{mV/V}{kA/m}$. Voor een voeding van 5V wordt dit $80 \frac{mV}{kA/m}$.

Het aardmagnetisch veld bedraagt tussen $20 \frac{A}{m}$ en de $50 \frac{A}{m}$ wat bij deze gevoeligheid overeenkomt met een spanning van 1,6mV tot 4mV. Een eenvoudige oplossing zou zijn om deze spanning te filteren (laagdoorlaat) en vervolgens te versterken naar het bereik van de ADC's.

Deze eenvoudige methode wordt niet gebruikt en wel om volgende redenen:

- De uitgangsspanning van de sensor heeft een offset van $\pm 1,5mV$ dit is niet te verwaarlozen t.o.v. de full-scale uitwijking die op sommige plaatsen slechts 1,6mV bedraagt.
- Ook de versterker bevat een zekere offset spanning.
- De gevoeligheid is sterk temperatuursafhankelijk

Om deze problemen op te lossen wordt gebruik gemaakt van twee spoelen. Een compensatiespoel en een flipspoel.

In het hoofdstuk "*het elektronisch kompas*" werd reeds aangehaald dat de sensoren een intern magnetisch veld hebben met een voorkeursrichting. Deze richting staat vast maar de zin kan gewijzigd worden door een extern magnetisch veld die parallel staat aan het interne maar in tegenovergestelde

richting. Het aanwezig zijn van dergelijk magnetisch veld kan de gevoeligheid van de sensor inverteren $\left(-80 \frac{mV}{kA/m} \text{ i.p.v. } 80 \frac{mV}{kA/m}\right)$. Dit effect is meestal ongewenst en kan voorkomen worden door een spoel te plaatsen die periodiek een veld opwekt parallel aan en met dezelfde zin als het interne veld. Aangezien $H = \frac{n \cdot I_L}{l}$ is hiervoor een periodieke puls stroom nodig.

Dit, op het eerste gezicht, ongewenst effect kan echter ook ten goede komen. Stel dat het aardmagnetisch veld 20A/m bedraagt en de offset van de sensor bedraagt 1mV dan wordt de uitgangspanning:

$$V_{OUT} = 80 \frac{mV}{kA/m} \cdot 20 \frac{A}{m} + 1mV = 2,6mV \quad (7.1)$$

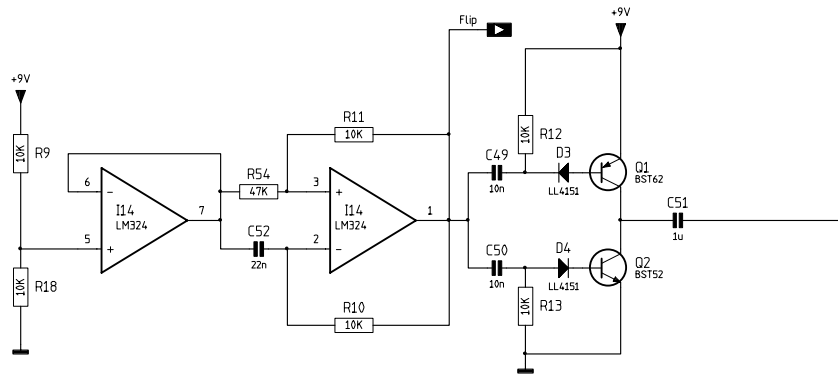
Wat een relatieve fout is van 38%. Als de zin van het interne veld echter bewust geflipt wordt kan de uitgangspanning als volgt berekend worden:

$$V_{OUT} = \frac{\left(80 \frac{mV}{kA/m} \cdot 20 \frac{A}{m} + 1mV\right) - \left(-80 \frac{mV}{kA/m} \cdot 20 \frac{A}{m} + 1mV\right)}{2} \quad (7.2)$$

$$= 80 \frac{mV}{kA/m} \cdot 20 \frac{A}{m} = 1,6mV$$

De offset van de sensor wordt gecompenseerd.

Om dit te verkrijgen zijn twee signalen nodig. Een blokgolf spannings signaal die aangeeft of de uitgangspanning van de sensor al dan niet geïnverteerd moet worden en een stoempuls die afwisselend positief en negatief is.



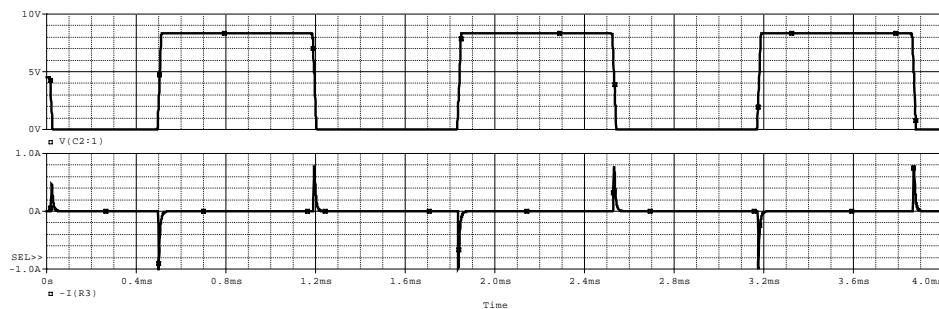
Figuur 30: Flip circuit

Bovenstaande schakeling voorziet beide signalen.

Eerst wordt een spanning gecreëerd die de helft is van de voedingspanning. Daarna volgt een astabiele multivibrator. Deze moet een blokgolf realiseren tussen 0V en 9V. De frequentie moet voldoende hoog zijn (om later gemakkelijk de offset eruit te kunnen filteren). De astabiele multivibrator werd berekend voor een frequentie van 1kHz.

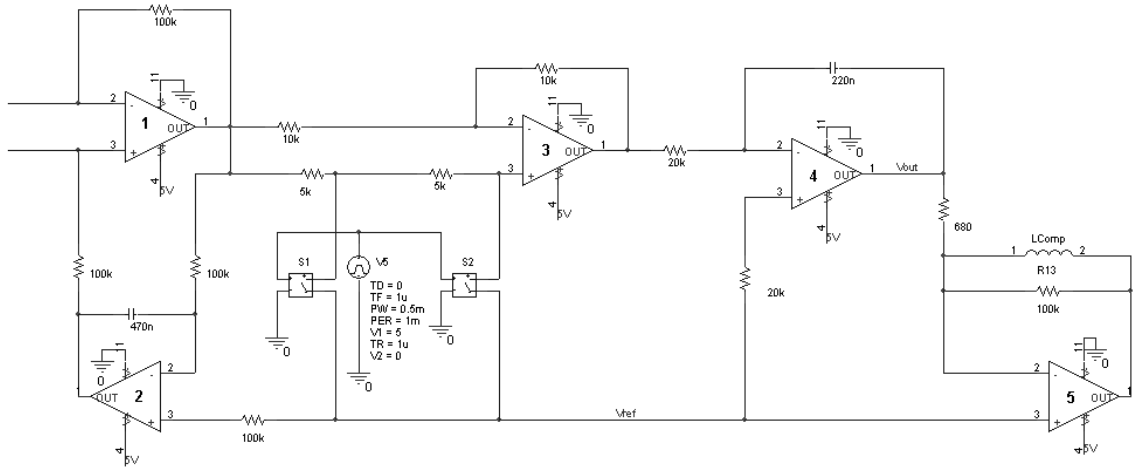
$$f = \frac{1}{2 \cdot R_{10} \cdot C_{52} \cdot \ln \frac{1 + \beta}{1 - \beta}} = 971 \text{ Hz} \quad \left(\text{met } \beta = \frac{R_{54}}{R_{54} + R_{11}} \right) \quad (7.3)$$

De twee differentiators die erop volgen zorgen ervoor dat de darlington transistors een korte positieve of negatieve stroompuls doorlaten.



Figuur 31: 9V blokgolf en stroompulsen

Deze pulserende stroom wordt door de flip-spoel gestuurd, het blokgolfsignaal stuurt S1 en S2 aan in het onderstaande schema.



Figuur 32: Analog circuit rond de sensor

De differentiële spanning komende van de sensor wordt versterkt door opamp 1. Door het flippen van het interne magnetisch veld zal deze spanning komende van de sensor gemoduleerd zijn op een frequentie van 1kHz. De uitgangspanning van de versterker wordt dan:

$$\begin{aligned}
 V_{OA1} &= (s(t) \cdot P_F(t) + V_{OS}) \cdot A \\
 &= \left(s(t) \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi \cdot F \cdot (2i-1) \cdot t) + V_{OS} \right) \cdot A
 \end{aligned} \tag{7.4}$$

Hierbij is $s(t)$ de laagfrequente spanningsverandering t.g.v. het opgemeten aardmagnetisch veld, V_{OS} is de offsetspanning van zowel de sensor als de opamp 1 en A is de versterkingsfactor.

De offset is een DC spanning en kan door een hoogdoorlaatfilter eenvoudig verwijderd worden. I.p.v. een hoogdoorlaat wordt echter gekozen voor een laagdoorlaat (opamp 2) in de feedback-lus⁶. De afkijpfrequentie van het filter wordt ingesteld op:

$$f_{-3dB} = \frac{1}{2\pi \cdot 100k\Omega \cdot 470nF} \approx 3,4Hz \tag{7.5}$$

⁶ Dit voor de betere eigenschappen naar ruisonderdrukking toe.

De versterking van opamp1 werd als een constante beschouwd. In werkelijkheid is de versterking voor de gebruikte opamp gelijk aan:

$$A(s) = \frac{A}{1 + \frac{s}{\omega_0}} = \frac{A}{1 + \frac{s}{2\pi \cdot 1\text{Mhz}}} \quad (7.6)$$

De uitgang van opamp 1 wordt bij benadering:

$$V_{OA1} = A.s(t) \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \quad (7.7)$$

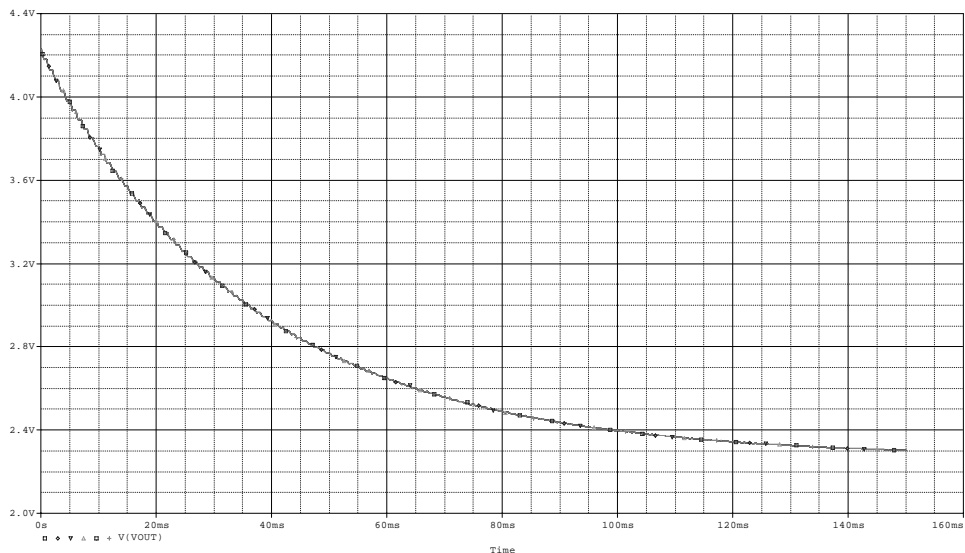
Deze spanning wordt aangelegd aan opamp 3. Deze opamp vermenigvuldigt de ingang met 1 of -1 al naargelang de toestand van het flip-signaal (dit is de blokgolf komende van de astabiele multivibrator).

$$\begin{aligned} V_{OA3} &= \left(A.s(t) \cdot \sum_{i=1}^5 \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \right) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \\ &= \left(A.s(t) \cdot \left(\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) - \sum_{i=6}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \right) \right) \sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \\ &= A.s(t) \left(1 - P_F(t) \cdot \sum_{i=6}^{\infty} \frac{1}{(2i-1)} \sin(2\pi.F.(2i-1).t) \right) \end{aligned} \quad (7.8)$$

Tot nog toe werd opamp 3 ideaal verondersteld. Deze opamp heeft echter ook een beperkte bandbreedte. Wanneer de bandbreedte gelijk is aan deze van opamp 1 wordt de uitgang:

$$V_{OA3} = A.s(t) \quad (7.9)$$

Onderstaande simulatie toont de uitgang bij verschillende offsetspanningen en een ingangspanning van 1,6mV. Alle lijnen vallen samen wat erop wijst dat de uitgang inderdaad onafhankelijk is van de offsetspanning.



Figuur 33: Uitgang bij offsets van 0mV tot 10mV (20 A/m veld)

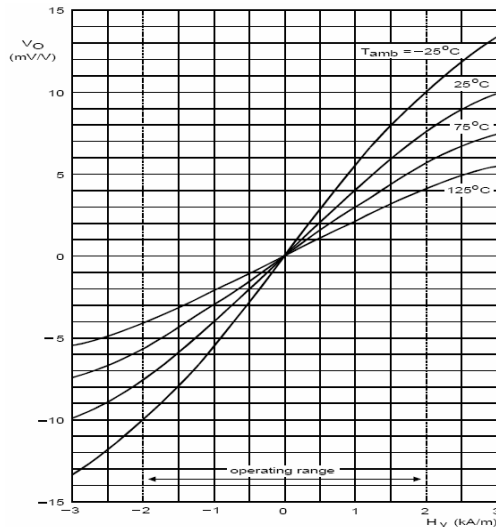
Na een tijdje stabiliseert de uitgangsspanning op 2,268V. Dit is de spanning die overeenkomt met een magnetisch veld van 20 A/m. De verklaring hiervoor volgt later.

De offsetspanning van zowel de sensor als de voorversterker vormt geen probleem meer. De gevoeligheid van de sensor is echter nog altijd sterk temperatuursafhankelijk. De rest van het analoge circuit moet dit probleem oplossen.

Hierbij wordt gebruik gemaakt van een tweede spoel. Het is de bedoeling dat via deze compensatiespoel een magnetisch veld wordt opgewekt die even groot is maar tegengesteld aan het opgemeten aardmagnetisch veld. De stroom, door de spoel, die hiervoor nodig is vormt dan een indicatie voor het aanwezige aardmagnetisch veld.

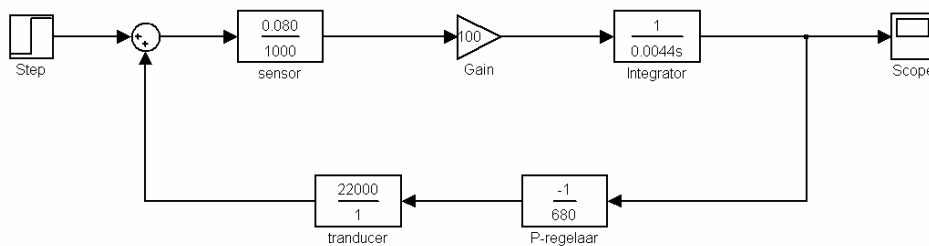
Er zijn twee redenen die ervoor zorgen dat deze methode minder afhankelijk is van de temperatuur:

- De compensatiespoel heeft een veel kleinere temperatuursafhankelijkheid.
- De temperatuur beïnvloedt de uitgang van een sensor, die werkt in zijn nulpunt, nagenoeg niet.



Figuur 34: Temperatuursafhankelijkheid van de sensor in zijn nulpunt

Om dit te verwezenlijken wordt een PI-regelaar gebruikt. Onderstaande figuur geeft de regelkring weer die overeenkomt met het analoge circuit.



Figuur 35: PI-regelkring

De regelkring bevat volgende elementen:

- De sensor (S) met een gevoeligheid van $80 \frac{mV}{kA/m}$. De ingang is een magnetisch veld, de uitgang een spanning.
- De voorversterker (A) met een versterking van 100. Zowel ingang als uitgang zijn spanningen.
- Een integrator (I) met een tijdsconstante van 4,4ms. Zowel ingang als uitgang zijn spanningen.
- De proportionele regelaar (P) zet de ingangspanning om in een uitgangsstroom.

- De compensatiespoel (T) geeft aan zijn uitgang een magnetisch veld evenredig met zijn ingangsstroom met een gevoeligheid van $22 \frac{A/m}{mA}$.

De transferfunctie van de regelkring wordt:

$$TF = \frac{S \cdot A \cdot I(s)}{1 - S \cdot A \cdot I(s) \cdot P \cdot T} \quad (7.10)$$

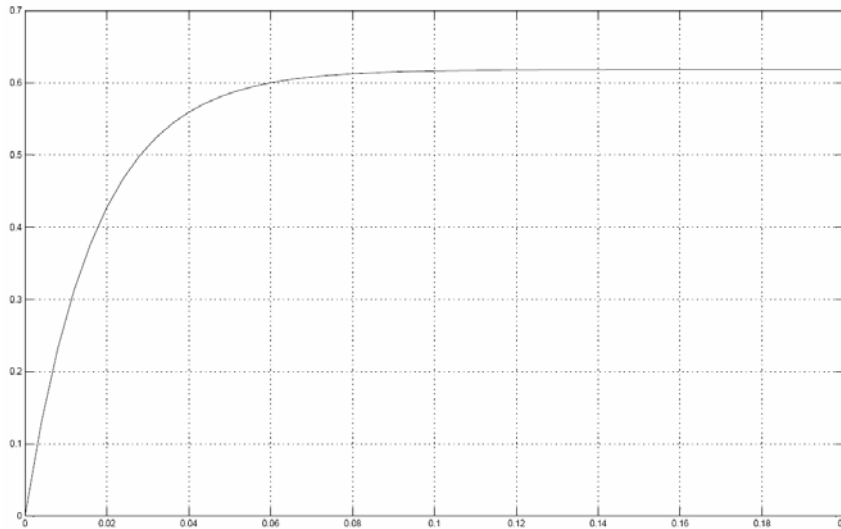
Om te kijken hoe snel het systeem reageert wordt een stap aangelegd van 20A/m.

$$\begin{aligned} u(t) &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{S \cdot A \cdot I(s)}{1 - S \cdot A \cdot I(s) \cdot P \cdot T} \cdot \frac{20}{s} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\frac{0,08}{1000} \cdot 100 \cdot \frac{1}{0,0044 \cdot s}}{1 - \frac{0,08}{1000} \cdot 100 \cdot \frac{1}{0,0044 \cdot s} \cdot \frac{-1}{680} \cdot 22000} \cdot \frac{20}{s} \right\} \\ &= \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{0,61818}{s} - \frac{0,61818}{s + 58,8235} \right\} \\ &= 0,61818 \cdot (1 - e^{-58,8235 \cdot t}) \end{aligned} \quad (7.11)$$

Het berekende stapantwoord wordt weergegeven in onderstaande figuur. De tijdsconstante van dit eerste orde systeem bedraagt ongeveer 20ms. Het kompas moet snel genoeg zijn om een $\omega = 300^\circ/s$ op te meten. Uit dit stapantwoord kan afgeleid worden dat dit geen probleem zal zijn.⁷

De afsnijdpulsatie van een eerste orde systeem bedraagt $\frac{1}{\tau}$. Het -3dB punt ligt ongeveer op 10Hz.

⁷ De regelkring houdt geen rekening met de tijd die nodig is om het magnetisch veld te veranderen en die verandering te detecteren.



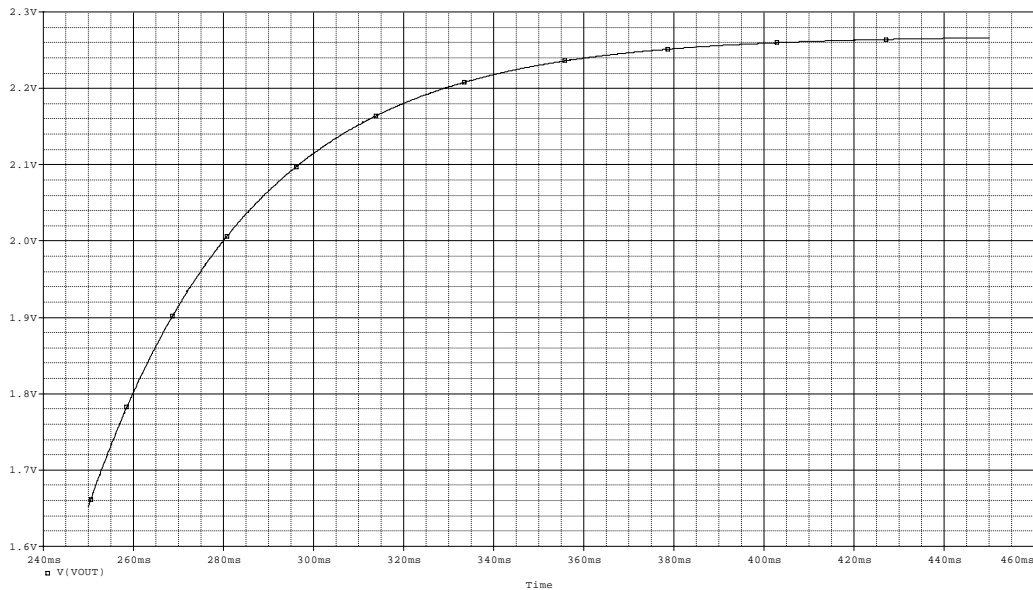
Figuur 36: Stapantwoord voor een stap van 20 A/m

De “steady state”-waarde van het stapantwoord kan gevonden worden door de limiet naar oneindig te nemen.

$$S.S. = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(0,61818 \cdot \left(1 - e^{-58,8235 \cdot t} \right) \right) = 0,61818 \quad (7.12)$$

Een veld van 20 A/m zal een uitgangsspanning teweeg brengen van 0,618 V. Een veld van -20 A/m zal een uitgangsspanning van -0,618 V teweeg brengen. In de dsPIC kunnen enkel spanningen tussen de 0V en de 3,3V worden binnen gelezen. Daarom worden alle spanningen symmetrisch genomen t.o.v.

$V_{ref} = \frac{3,3V}{2}$. Het werkelijke stapantwoord ziet er als volgt uit.

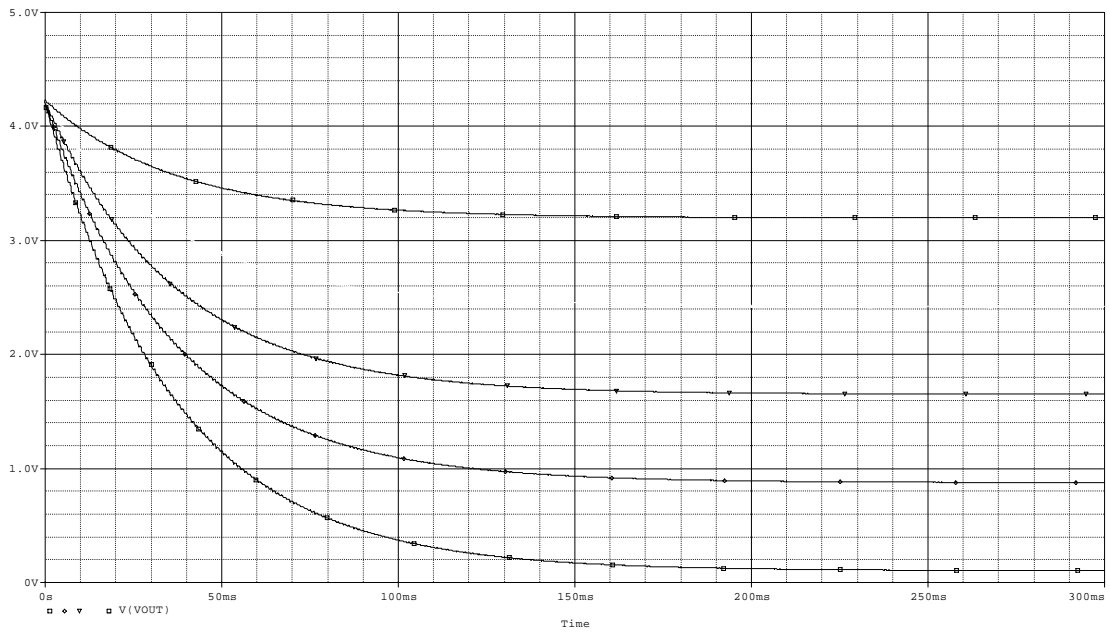


Figuur 37: Stapantwoord op stap van 20 A/m

De “steady state”-waarde kan ook als volgt berekend worden:

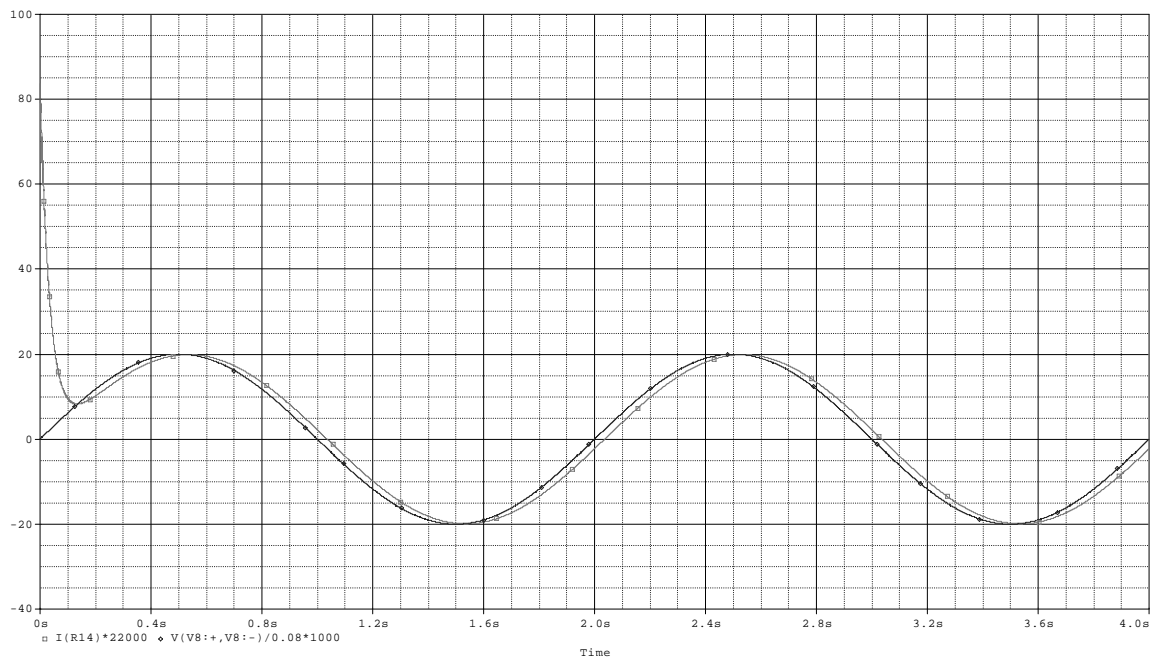
$$\begin{aligned}
 S.S. &= \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot \left(\frac{S(s) \cdot A \cdot I(s)}{1 - S(s) \cdot A \cdot I(s) \cdot P \cdot T} \cdot \frac{20}{s} \right) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{20}{\frac{1}{S(s) \cdot A \cdot I(s)} - P \cdot T} \right) \\
 &= \lim_{s \rightarrow 0} \left(\frac{20}{\frac{s \cdot 0,0044}{S(s) \cdot A} - P \cdot T} \right) \tag{7.13} \\
 &= \frac{20}{-P \cdot T} = \frac{680}{22000} \cdot 20 \\
 &= 0,61818
 \end{aligned}$$

Dit heeft duidelijk aan dat de “steady state”-waarde enkel nog afhankelijk is van de proportionele factor (weerstand) en de transducer (compensatiespoel). De weerstandswaarde werd zo gekozen dat het uitgangsbereik van de regelkring zoveel mogelijk het ingangsbereik van de ADC’s benaderd. Bij het maximale magnetisch veld (50 A/m) wordt een uitgangsspanning van 3,198V verkregen. Bij de minimale (-50 A/m) een spanning van 105,6mV.



Figuur 38: Uitgangsbereik -50 A/m tot 50 A/m

De volgende simulatie toont het oorspronkelijke magnetisch veld, gemodelleerd door een sinus, en het opgemeten veld. De faseverschuiving en responsietijd zijn hier duidelijk zichtbaar.

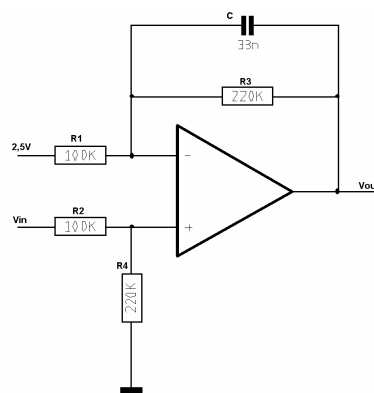


Figuur 39: Ingang en uitgang van de regelkring

7.3.2 Binnenlezen van de differentiële druk sensor

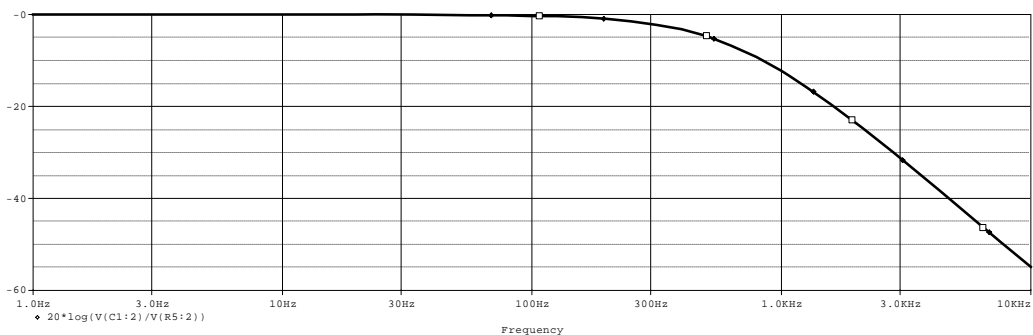
De gekozen differentiële druksensor heeft een bereik van -2kPa tot 2kPa, wat overeenkomt met een spanning van 0,5V tot 4,5V. Het is de bedoeling om a.d.h.v. deze sensor differentiële drukken uit te lezen van 0 tot 1250 Pa en dit zoveel mogelijk gespreid over het ingangsbereik van de ADC's (0V tot 3,3V). Verder is het wenselijk om de bandbreedte van het signaal te beperken vooraleer het signaal naar de ADC te sturen.

Volgende schakeling voldoet aan de twee vooropgestelde eisen.



Figuur 40: LDF en versterker

Voor de bandbreedtebeperking wordt een eerste-orde-laagdoorlaatfilter gebruikt. De kantelfrequentie wordt ingesteld op 22 Hz.

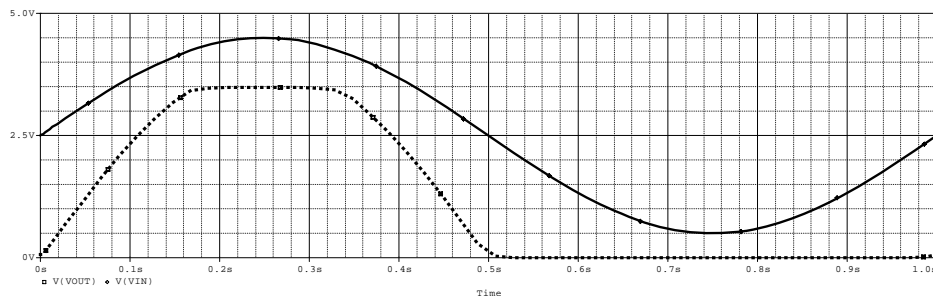


Figuur 41: Frequentieresponse van de LDF

De uitgang van het systeem kan als volgt bepaald worden:

$$\begin{aligned}
 V_{OUT} &= \left(1 + \frac{\left(\frac{R_3}{1 + s.C.R_3} \right)}{R_1} \right) \cdot \left(\frac{R_4}{R_4 + R_2} \right) \cdot V_{IN} - \frac{\left(\frac{R_3}{1 + s.C.R_3} \right)}{R_1} \cdot 2,5V \\
 &= \left(\frac{R_1 + R_3}{(1 + s.C.R_3) \cdot R_1} \right) \cdot \left(\frac{R_3}{R_3 + R_1} \right) \cdot V_{IN} - \frac{R_3}{(1 + s.C.R_3) R_1} \cdot 2,5V \quad (\text{met } R_1=R_2 \text{ en } R_3 = R_4) \\
 &= \frac{R_3}{R_1} \cdot \frac{1}{1 + s.C.R_3} \cdot (V_{IN} - 2,5V)
 \end{aligned}
 \tag{7.14}$$

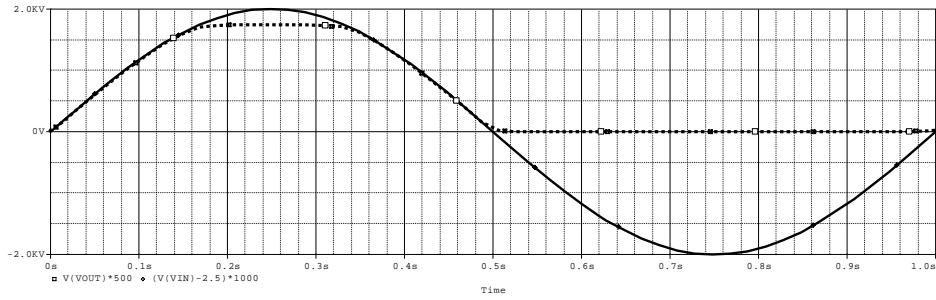
De opamp die gebruikt wordt is gevoed met 5V maar heeft slechts een maximale uitgangsspanning van 3,5V. Aangezien het uitgangssignaal moet liggen tussen de 0V en de 3,3V, is dit meer dan voldoende. Onderstaande simulatie toont de uitgang bij een sinusvormige ingang die het totale sensorbereik bestrijkt.



Figuur 42: Uitgang bij volledig bereik

Ingangsspanningen beneden de 2,5V zorgen voor een uitgangsspanning van 0V. Spanningen boven de 1,5V zorgen voor een gesatureerde uitgang. Beide fenomenen leveren geen probleem als ze voorkomen bij een druk die buiten het interval [0 Pa ; 1250 Pa] valt.

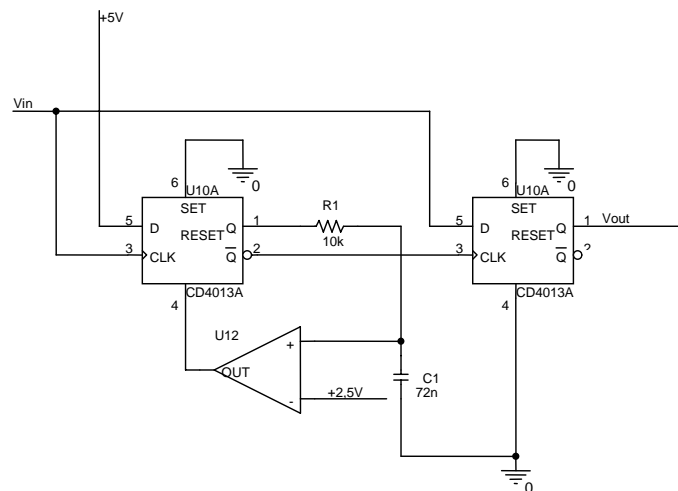
Op de volgende figuur worden dezelfde ingang en uitgang afgebeeld maar nu verrekend naar de overeenkomstige drukken. Hieruit valt duidelijk af te leiden dat voor een druk die binnen het interval [0 Pa ; 1250 Pa] ligt een lineair verband is tussen de ingang en de uitgang.



Figuur 43: In-en uitgangsdruk

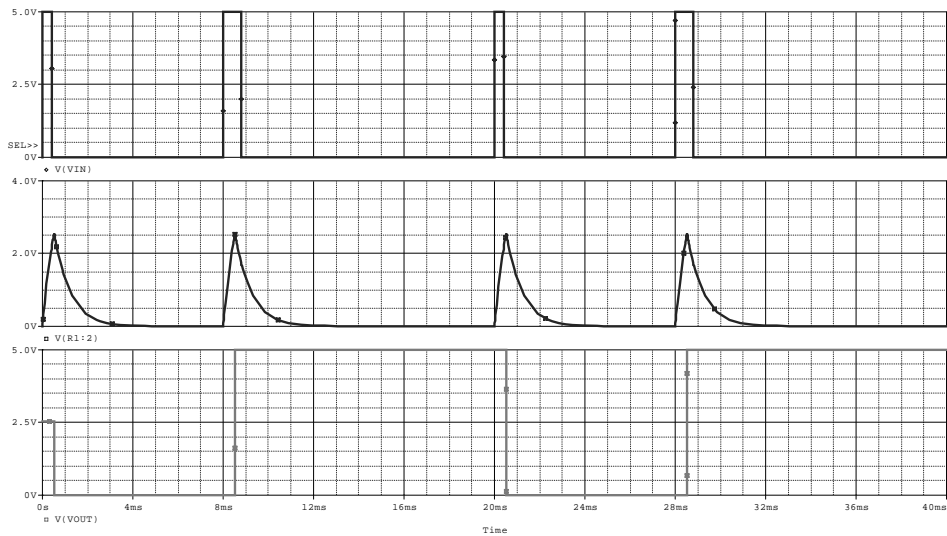
7.3.3 De 1-bit PWM-decoder

Deze schakeling moet een PWM-gemoduleerd signaal omzetten naar een binair signaal. Het PWM signaal kan 2 waarden aannemen. Dit wordt aangegeven door 2 pulsen met een verschillende lengte. De decoder moet zijn uitgang hoog of laag zetten naargelang de lengte van die puls.



Figuur 44: Circuit van de 1-bit PWM-decoder

Wanneer aan de ingang van de decoder een stijgende flank verschijnt zal de eerste flipflop +5V doorklokken. De spanning over de condensator stijgt. Wanneer deze boven de 2,5V stijgt wordt de eerste flipflop gereset. De klokingang van de tweede flipflop ziet hierdoor een stijgende flank en klokt Vin binnen. Als deze nog hoog stond zal de uitgang nu 5V zijn, anders 0V. Dit blijft zo tot de volgende puls.



Figuur 45: PWM-ingang en gedecodeerde uitgang

Stel dat men wil detecteren of pulsen langer of korter zijn dan 0,5ms. De RC-constante wordt dan als volgt berekend:

$$\Leftrightarrow 2,5V = V_{CC} \cdot [1 - e^{-\frac{t}{\tau}}]$$

$$\Leftrightarrow 2,5V = 5V \cdot [1 - e^{-\frac{0,5ms}{\tau}}]$$

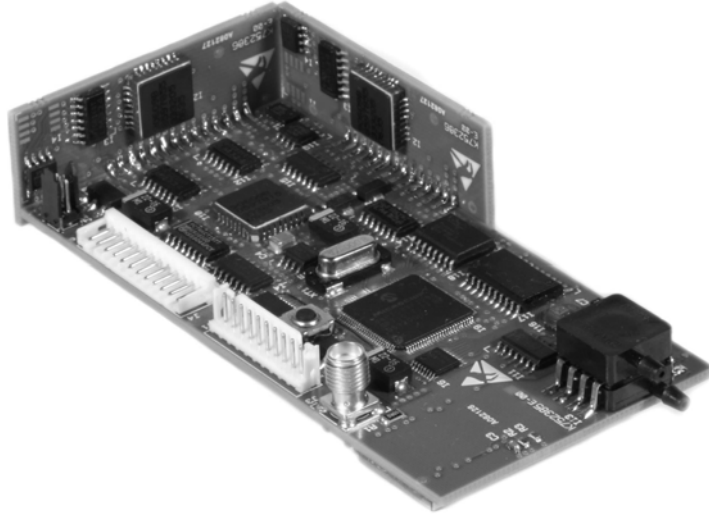
$$\Leftrightarrow \tau = 721\mu s$$

Indien de twee pulslengtes voldoende groter en kleiner zijn dan de 0,5ms kan de comparator verwijderd worden. Deze is dan ook niet aanwezig op het ontwikkelde board.

Op het board is de schakeling ingesteld om te detecteren of pulsen langer of korter dan 1ms zijn.

7.4 Hardware board

De totale module bestaat uit drie boards. Eén baseboard en twee kleine zijboards. Op de zijboards staan de componenten die moeten meten in de Y-en Z-richting.



Figuur 46: Hardware module

Hoofdstuk VIII

Conclusie

Alhoewel de klemtoon lag op het ontwikkelen van de algoritmes nam het board-design en debuggen ervan het meeste tijd in beslag. Pas begin mei was een volledig werkende module ter beschikking. Net om deze reden werden reeds in een vroeg stadium modellen van de sensoren aangemaakt. Deze zijn een grote hulp geweest bij het testen van de INS-algoritmes en de kalman filter.

Naar hardware toe zijn de doelstellingen bereikt. Na wat debuggen werd een module verkregen die volledig werkt⁸.

Voor de microcontroller werd een programma geschreven die in staat is alle sensoren binnen te lezen en naar de PC te sturen. Om te communiceren met de PC werd een eenvoudig protocol ontwikkeld.

In matlab/simulink werden alle vereiste algoritmes geschreven. Deze werden gesimuleerd a.d.h.v. de modellen en in real-time getest op de data van het board.

Er kan besloten worden dat deze thesis voor BARCO een eerste stap in de richting naar navigatie systemen kan zijn. Het zal echter nog verder onderzoek vereisen om tot een systeem te komen die voldoet aan de strenge eisen van de luchtvaart.

⁸ Hierbij moet wel gezegd dat de autopiloot uitbreiding niet werd getest.

Bibliografie

- [1] Thomas Stork, Electronic Compass Design, 2000.
- [2] Isaac Skog, A Low-Cost GPS Aided Inertial Navigation System for Vehicular Applications, 2005.
- [3] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, Lawrence R. Weill, Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration, 2001.
- [4] Jean-Marie Zogg, GPS Basics, Introduction to the system, 2002
- [5] Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews, Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab, 2001
- [6] Benjamin Edward Hastings, Design of a Micro Wireless Instrumented Payload for Unmanned Vehicle Testing, 2006
- [7] Xiaoying kong, INS algorithm using quaternion model for low cost IMU,200
- [8] Walchko, K. and Mason, P., Inertial Navigation, 2002
- [9] Chatfield, A., Fundamentals of High Accuracy Inertial Navigation, 1997
- [10] Rogers, R. M., Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems, 2000
- [11] Maria Isabel Ribeiro, Kalman and Extended Kalman Filters: Concept, Derivation and Properties, 2004
- [12] Eun-Hwan Shin, Xiaoji Niu and Naser El-Sheimy, Performance Comparison of the Extended and the Unscented Kalman Filter for Integrated GPS and MEMS-Based Inertial Systems, 2005